

АНПОО «Колледж международного туризма, экономики и права»

УТВЕРЖДАЮ

Директор колледжа

_____ Онуфриенко А.Ф.

« _____ » _____ 2024 г.

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАДАНИЙ**

БД.05 Математика

Базовый уровень

Специальность

40.02.04 Юриспруденция

Форма обучения

Очная

Улан-Удэ

2024

Методические указания для выполнения практических работ разработаны на основе требований федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования (ФГОС СПО) по специальности 40.02.04 «Юриспруденция», утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 27 октября 2023 года № 798 (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 01 декабря 2023 года, регистрационный № 76207) и федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования (ФГОС СПО). Методические указания для выполнения практических работ являются частью образовательной программы АНПОО «Колледж международного туризма, экономики и права».

Методические указания включают в себя учебную цель, перечень образовательных результатов, заявленных во ФГОС СПО, задачи, краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме, задания для практической работы обучающихся и инструкцию по ее выполнению, методику анализа полученных результатов, порядок и образец отчета о проделанной работе.

Организация-разработчик: Автономная некоммерческая профессиональная образовательная организация «Колледж международного туризма, экономики и права» (АНПОО «КМТЭиП»).

СОДЕРЖАНИЕ

Название практических работ	страницы
Практическая работа №1 Тема «Дроби, действия с дробями»	16
Практическая работа №2 Тема «Проценты»	19
Практическая работа №3 Тема: «Действительные числа»	23
Практическая работа №4 Тема: «Функции. Преобразование графиков функций.»	26
Практическая работа №5 Тема: «Решение линейных уравнений, системы линейных уравнений.»	29
Практическая работа №6 Тема: «Уравнения, приводимые к квадратным.»	33
Практическая работа №7 Тема: «Решение рациональных, иррациональных уравнений с одной переменной»	36
Практическая работа №8Тема: «Решение линейных неравенств, системы линейных неравенств с одной переменной.»	39
Практическая работа №9 «Решение квадратных неравенств с одной переменной»	42
Практическая работа №10 «Решение дробно-рациональных неравенств методом»	45
Практическая работа №11 Тема: «Вычисление степени с произвольным действительным показателем»	48
Практическая работа №12 Тема: «Преобразование выражений содержащих радикалы»	53
Практическая работа №13 Тема: «Построение графиков степенной и показательной функции»	57
Практическая работа №14 Тема: «Решение показательных уравнений.»	59
Практическая работа №15 Тема: «Решение показательных неравенств».	62
Практическая работа №16 Тема: «Преобразованием вычисление значений логарифмических выражений. Логарифмирование и потенцирование выражений»	65
Практическая работа №17 Тема: «Преобразованием вычисление значений логарифмических выражений. Логарифмирование и потенцирование выражений»	65
Практическая работа №18 Тема: «Преобразованием вычисление значений логарифмических выражений. Логарифмирование и потенцирование выражений»	65
Практическое занятие №19.Тема: «Построение графиков логарифмической функции»	70
Практическая работа №20 Тема: «Решение логарифмических уравнений»	73
Практическая работа №21Тема: «Решение логарифмических неравенств»	77
Практическая работа № 22 Тема: «Вычисления значений тригонометрических функций одного аргумента по заданному значению одной из них»	80
Практическая работа №23 Тема: «Преобразовывать тригонометрические выражения, используя основные тригонометрические тождества»	85
Практическая работа №24 Тема: «Преобразовывать тригонометрические выражения, используя основные тригонометрические формулы»	88

Практическая работа №25 Тема: «Обратные тригонометрические функции. Простейшие тригонометрические уравнения»	93
Практическое занятие №26. Тема: «Простейшие тригонометрические уравнения.»	93
Практическое занятие №27 Тема: «Вычисление пределов неопределенности $0/0$ »	98
Практическое занятие №28 Тема: «Вычисление пределов неопределенности ∞/∞ »	98
Практическая работа №29 Тема: «Нахождение производных простых функций»	102
Практическая работа №30 Тема: «Нахождение производных сложных функций.»	107
Практическая работа №31 Тема: «Производная, ее геометрический и физический смысл»	112
Практическое занятие №32 Тема: «Производные тригонометрических функций. Производные показательной и логарифмической функций.»	115
Практическое занятие №33 Тема: «Исследование функции на промежутки монотонности»	119
Практическое занятие №34 Тема: «Исследование функции на экстремум, исследование функции на экстремум с помощью второй производной»	121
Практическое занятие №35 Тема: «Исследование функции на промежутки выпуклости и точки перегиба»	121
Практическое занятие №36 Тема: «Исследование функции и построение графика функции»	125
Практическая работа №37 Тема: «Нахождение неопределенного интеграла»	129
Практическая работа №38 Тема: «Вычисление неопределенного интеграла разными способами»	133
Практическая работа №39 Тема: «Нахождение определенного интеграла »	137
Практическая работа №40 Тема: «Нахождение определенного интеграла разными способами»	141
Практическая работа №41 Тема: «Решение задач на геометрический смысл определенного интеграла»	146
Практическая работа №42 Тема: «Решение задач на физический смысл определенного интеграла»	151
Практическая работа №43 Тема: «Решение задач на векторы»	156
Практическая работа №44 Тема: «Решение задач на составление уравнения прямой»	160
Практическая работа №45 Тема: «Решение задач на вычисление угла между прямыми»	160
Практическая работа №46 Тема: «Решение задач на условия параллельности и перпендикулярности прямых»	164
Практическая работа №47 Тема: «Решение задач на условия пересечения 2-х прямых»	164
Практическая работа №48 Тема: «Окружность и ее уравнение»	167
Практическая работа №49 Тема: «Решение задач»	171
Практическая работа №50 Тема: «Решение задач на нахождение площадей и объема геометрических тел»	174
Практическая работа №51 Тема: «Решение задач на нахождение площадей и объема круглых тел»	178

Пояснительная записка

Методические указания по дисциплине Математика для выполнения практических работ созданы в помощь для работы студенту на занятиях, подготовки к практическим работам, правильного составления отчетов.

Цели и планируемые результаты освоения дисциплины

Цели и планируемые личностные результаты

Код группы ЛР	Группы личностных результатов	Личностные результаты (промежуточные планируемые результаты)
ЛР.1	Личностные результаты в сфере отношений обучающихся к себе, к своему здоровью, к познанию себя	ЛР.1.1 ориентация обучающихся на достижение личного счастья, реализацию позитивных жизненных перспектив, инициативность, креативность, готовность и способность к личностному самоопределению, способность ставить цели и строить жизненные планы;
ЛР.5	Личностные результаты в сфере отношений обучающихся к окружающему миру, живой природе, художественной культуре	ЛР.5.1 мировоззрение, соответствующее современному уровню развития науки, значимости науки, готовность к научно-техническому творчеству, владение достоверной информацией о передовых достижениях и открытиях мировой и отечественной науки, заинтересованность в научных знаниях об устройстве мира и общества; ЛР.5.2 готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности;

Цели и планируемые метапредметные результаты

Код группы МПР	Групповые метапредметные результаты	Метапредметные результаты
		Выпускник научится:
МПР.1	Регулятивные универсальные учебные действия	МПР.1.1 самостоятельно определять цели, задавать параметры и критерии, по которым можно определить, что цель достигнута; МПР.1.2 оценивать возможные последствия достижения поставленной цели в деятельности, собственной жизни и жизни окружающих людей, основываясь на соображениях этики и морали; МПР.1.4 оценивать ресурсы, в том числе время и другие нематериальные ресурсы, необходимые для достижения поставленной цели; МПР.1.6 организовывать эффективный поиск ресурсов, необходимых для достижения поставленной цели; МПР.1.7 сопоставлять полученный результат

		деятельности с поставленной заранее целью.
МПР.2	Познавательные универсальные учебные действия	МПР.2.1 искать и находить обобщенные способы решения задач, в том числе, осуществлять развернутый информационный поиск и ставить на его основе новые (учебные и познавательные) задачи; МПР.2.2 критически оценивать и интерпретировать информацию с разных позиций, распознавать и фиксировать противоречия в информационных источниках;
МПР.3	Коммуникативные универсальные учебные действия	МПР.3.2 при осуществлении групповой работы быть как руководителем, так и членом команды в разных ролях (генератор идей, критик, исполнитель, выступающий, эксперт и т.д.); МПР.3.4 развернуто, логично и точно излагать свою точку зрения с использованием адекватных (устных и письменных) языковых средств;

Цели и планируемые предметные результаты

Код ПР	Выпускник на базовом уровне научится
ПР.1	ПР.1.1 Элементы теории множеств и математической логики ПР.1.1.1 Свободно оперировать понятиями: конечное множество, элемент множества, подмножество, пересечение, объединение и разность множеств, числовые множества на координатной прямой, отрезок, интервал, полуинтервал, промежуток с выколотой точкой, графическое представление множеств на координатной плоскости; ПР.1.1.2. задавать множества перечислением и характеристическим свойством; ПР.1.1.3. оперировать понятиями: утверждение, отрицание утверждения, истинные и ложные утверждения, причина, следствие, частный случай общего утверждения, контрпример; ПР.1.1.4. проверять принадлежность элемента множеству; ПР.1.1.5. находить пересечение и объединение множеств, в том числе представленных графически на числовой прямой и на координатной плоскости; ПР.1.1.6. проводить доказательные рассуждения для обоснования истинности утверждений. ПР.1.2 Числа и выражения ПР.1.2.1. Свободно оперировать понятиями: натуральное число, множество натуральных чисел, целое число, множество целых чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, смешанное число, рациональное число, множество рациональных чисел, иррациональное число, корень степени n, действительное число, множество действительных чисел, геометрическая интерпретация натуральных, целых, рациональных, действительных чисел; ПР.1.2.2. понимать и объяснять разницу между позиционной и непозиционной системами записи чисел; ПР.1.2.3. переводить числа из одной системы записи (системы счисления) в другую; ПР.1.2.4. доказывать и использовать признаки делимости суммы и произведения при выполнении вычислений и решении задач;

	ПР.1.2.5.выполнять округление рациональных и иррациональных чисел с заданной точностью; ПР.1.2.6.сравнивать действительные числа разными способами; ПР.1.2.7.упорядочивать числа, записанные в виде обыкновенной и десятичной дроби, числа, записанные с использованием арифметического квадратного корня, корней степени больше 2; ПР.1.2.8.находить НОД и НОК разными способами и использовать их при решении задач; ПР.1.2.9.выполнять вычисления и преобразования выражений, содержащих действительные числа, в том числе корни натуральных степеней; ПР.1.2.10.выполнять стандартные тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных, иррациональных выражений. ПР.1.3 Уравнения и неравенства ПР.1.3.1.Свободно оперировать понятиями: уравнение, неравенство, равносильные уравнения и неравенства, уравнение, являющееся следствием другого уравнения, уравнения, равносильные на множестве, равносильные преобразования уравнений; ПР.1.3.2.решать разные виды уравнений и неравенств и их систем, в том числе некоторые уравнения 3-й и 4-й степеней, дробно-рациональные и иррациональные; ПР.1.3.3.овладеть основными типами показательных, логарифмических, иррациональных, степенных уравнений и неравенств и стандартными методами их решений и применять их при решении задач; ПР.1.3.4.применять теорему Безу к решению уравнений; ПР.1.3.5.применять теорему Виета для решения некоторых уравнений степени выше второй; ПР.1.3.6.понимать смысл теорем о равносильных и неравносильных преобразованиях уравнений и уметь их доказывать; ПР.1.3.7.владеть методами решения уравнений, неравенств и их систем, уметь выбирать метод решения и обосновывать свой выбор; ПР.1.3.8.использовать метод интервалов для решения неравенств, в том числе дробно-рациональных и включающих в себя иррациональные выражения; ПР.1.3.9.решать алгебраические уравнения и неравенства и их системы с параметрами алгебраическим и графическим методами; ПР.1.3.10..владеть разными методами доказательства неравенств; ПР.1.3.11.решать уравнения в целых числах; ПР.1.3.12.изображать множества на плоскости, задаваемые уравнениями, неравенствами и их системами; ПР.1.3.13.свободно использовать тождественные преобразования при решении уравнений и систем уравнений ПР.1.4Функции ПР.1.4.1.Владеть понятиями: зависимость величин, функция, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, график зависимости, график функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, возрастание на числовом промежутке, убывание на числовом промежутке, наибольшее и наименьшее значение функции на числовом промежутке, периодическая функция, период, четная и нечетная функции; уметь применять эти понятия при решении задач; ПР.1.4.2.владеть понятием степенная функция; строить ее график и уметь применять свойства степенной функции при решении задач; ПР.1.4.3.владеть понятиями показательная функция, экспонента; строить их
--	--

	графики и уметь применять свойства показательной функции при решении задач; ПР.1.4.4.владеть понятием логарифмическая функция; строить ее график и уметь применять свойства логарифмической функции при решении задач; ПР.1.4.5.владеть понятиями тригонометрические функции; строить их графики и уметь применять свойства тригонометрических функций при решении задач; ПР.1.4.6.владеть понятием обратная функция; применять это понятие при решении задач; ПР.1.4.7.применять при решении задач свойства функций: четность, периодичность, ограниченность; ПР.1.4.8.применять при решении задач преобразования графиков функций; ПР.1.4.9.владеть понятиями числовая последовательность, арифметическая и геометрическая прогрессия; ПР.1.4.10.применять при решении задач свойства и признаки арифметической и геометрической прогрессий. ПР.1.5 Элементы математического анализа ПР.1.5.1.Владеть понятием бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и уметь применять его при решении задач; ПР.1.5.2.применять для решения задач теорию пределов; ПР.1.5.3.владеть понятиями бесконечно большие и бесконечно малые числовые последовательности и уметь сравнивать бесконечно большие и бесконечно малые последовательности; ПР.1.5.4.владеть понятиями: производная функции в точке, производная функции; ПР.1.5.5.вычислять производные элементарных функций и их комбинаций; ПР.1.5.6.исследовать функции на монотонность и экстремумы; ПР.1.5.7.строить графики и применять к решению задач, в том числе с параметром; ПР.1.5.8.владеть понятием касательная к графику функции и уметь применять его при решении задач; ПР.1.5.9.владеть понятиями первообразная функция, определенный интеграл; ПР.1.5.10.применять теорему Ньютона–Лейбница и ее следствия для решения задач. ПР.1.6 Статистика и теория вероятностей, логика и комбинаторика ПР.1.6.1.Оперировать основными описательными характеристиками числового набора, понятием генеральная совокупность и выборкой из нее; ПР.1.6.2.оперировать понятиями: частота и вероятность события, сумма и произведение вероятностей, вычислять вероятности событий на основе подсчета числа исходов; ПР.1.6.3.владеть основными понятиями комбинаторики и уметь их применять при решении задач; ПР.1.6.4.иметь представление об основах теории вероятностей; ПР.1.6.5.иметь представление о дискретных и непрерывных случайных величинах и распределениях, о независимости случайных величин; ПР.1.6.6.иметь представление о математическом ожидании и дисперсии случайных величин; ПР.1.6.7.иметь представление о совместных распределениях случайных величин; ПР.1.6.8.понимать суть закона больших чисел и выборочного метода измерения вероятностей; ПР.1.6.9.иметь представление о нормальном распределении и примерах нормально распределенных случайных величин;
--	--

	ПР.1.6.10.иметь представление о корреляции случайных величин. ПР.1.7 Текстовые задачи ПР.1.7.1.Решать разные задачи повышенной трудности; ПР.1.7.2.анализировать условие задачи, выбирать оптимальный метод решения задачи, рассматривая различные методы; ПР.1.7.3.строить модель решения задачи, проводить доказательные рассуждения при решении задачи; ПР.1.7.4.решать задачи, требующие перебора вариантов, проверки условий, выбора оптимального результата; ПР.1.7.5.анализировать и интерпретировать полученные решения в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту; ПР.1.7.6.переводить при решении задачи информацию из одной формы записи в другую, используя при необходимости схемы, таблицы, графики, диаграммы ПР.1.8 Геометрия ПР.1.8.1.Владеть геометрическими понятиями при решении задач и проведении математических рассуждений; ПР.1.8.2.самостоятельно формулировать определения геометрических фигур, выдвигать гипотезы о новых свойствах и признаках геометрических фигур и обосновывать или опровергать их, обобщать или конкретизировать результаты на новых классах фигур, проводить в несложных случаях классификацию фигур по различным основаниям; ПР.1.8.3.исследовать чертежи, включая комбинации фигур, извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию, представленную на чертежах; ПР.1.8.4.решать задачи геометрического содержания, в том числе в ситуациях, когда алгоритм решения не следует явно из условия, выполнять необходимые для решения задачи дополнительные построения, исследовать возможность применения теорем и формул для решения задач; ПР.1.8.5.уметь формулировать и доказывать геометрические утверждения; ПР.1.8.6.владеть понятиями стереометрии: призма, параллелепипед, пирамида, тетраэдр; ПР.1.8.7.иметь представления об аксиомах стереометрии и следствиях из них и уметь применять их при решении задач; ПР.1.8.8.уметь строить сечения многогранников с использованием различных методов, в том числе и метода следов; ПР.1.8.10.иметь представление о скрещивающихся прямых в пространстве и уметь находить угол и расстояние между ними; ПР.1.8.11.применять теоремы о параллельности прямых и плоскостей в пространстве при решении задач; П.1.8.12.уметь применять параллельное проектирование для изображения фигур; ПР.1.8.13.уметь применять перпендикулярности прямой и плоскости при решении задач; ПР.1.8.14.владеть понятиями ортогональное проектирование, наклонные и их проекции, уметь применять теорему о трех перпендикулярах при решении задач; ПР.1.8.15.владеть понятиями расстояние между фигурами в пространстве, общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых и уметь применять их при решении задач; ПР.1.8.16.владеть понятием угол между прямой и плоскостью и уметь применять его при решении задач; ПР.1.8.17.владеть понятиями двугранный угол, угол между плоскостями,
--	---

	перпендикулярные плоскости и уметь применять их при решении задач; ПР.1.8.18.владеть понятиями призма, параллелепипед и применять свойства параллелепипеда при решении задач; ПР.1.8.19.владеть понятием прямоугольный параллелепипед и применять его при решении задач; ПР.1.8.20.владеть понятиями пирамида, виды пирамид, элементы правильной пирамиды и уметь применять их при решении задач; ПР.1.8.21.иметь представление о теореме Эйлера, правильных многогранниках; ПР.1.8.22.владеть понятием площади поверхностей многогранников и уметь применять его при решении задач; ПР.1.8.23.владеть понятиями тела вращения (цилиндр, конус, шар и сфера), их сечения и уметь применять их при решении задач; ПР.1.8.24.владеть понятиями касательные прямые и плоскости и уметь применять их при решении задач; ПР.1.8.25.иметь представления о вписанных и описанных сферах и уметь применять их при решении задач; ПР.1.8.26.владеть понятиями объем, объемы многогранников, тел вращения и применять их при решении задач; ПР.1.8.27.иметь представление о развертке цилиндра и конуса, площади поверхности цилиндра и конуса, уметь применять их при решении задач; ПР.1.8.28.иметь представление о площади сферы и уметь применять его при решении задач; ПР.1.8.29.уметь решать задачи на комбинации многогранников и тел вращения; ПР.1.8.30.иметь представление о подобии в пространстве и уметь решать задачи на отношение объемов и площадей поверхностей подобных фигур. ПР.1.9 Векторы и координаты в пространстве ПР.1.9.1.Владеть понятиями векторы и их координаты; ПР.1.9.2.уметь выполнять операции над векторами; ПР.1.9.3.использовать скалярное произведение векторов при решении задач; ПР.1.9.4.применять уравнение плоскости, формулу расстояния между точками, уравнение сферы при решении задач; ПР.1.9.5.применять векторы и метод координат в пространстве при решении задач ПР.1.10 История математики ПР.1.10.1.Иметь представление о вкладе выдающихся математиков в развитие науки; ПР.1.10.2.понимать роль математики в развитии России; ПР.1.11 Методы математики ПР.1.11.1.Использовать основные методы доказательства, проводить доказательство и выполнять опровержение; ПР.1.11.2.применять основные методы решения математических задач; ПР.1.11.3.на основе математических закономерностей в природе характеризовать красоту и совершенство окружающего мира и произведений искусства; ПР.1.11.4.применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении математических задач; ПР.1.11.5.пользоваться прикладными программами и программами символьных вычислений для исследования математических объектов.
Код ПР	Выпускник на углубленном уровне получит возможность научиться
ПР.2	ПР.2.1 Элементы теории множеств и математической логики ПР.2.1.1.оперировать понятием определения, основными видами определений,

	основными видами теорем; ПР.2.1.2.понимать суть косвенного доказательства; ПР.2.1.3.оперировать понятиями счетного и несчетного множества; ПР.2.1.4.применять метод математической индукции для проведения рассуждений и доказательств и при решении задач. ПР.2.2 Числа и выражения ПР.2.2.1.свободно оперировать числовыми множествами при решении задач; ПР.2.2.2.понимать причины и основные идеи расширения числовых множеств; ПР.2.2.3.владеть основными понятиями теории делимости при решении стандартных задач ПР.2.2.4.иметь базовые представления о множестве комплексных чисел; ПР.2.2.5.свободно выполнять тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных выражений; ПР.2.2.6.владеть формулой бинома Ньютона; ПР.2.2.7.применять при решении задач теорему о линейном представлении НОД; ПР.2.2.8.применять при решении задач Китайскую теорему об остатках; ПР.2.2.9.применять при решении задач Малую теорему Ферма; ПР.2.2.10.уметь выполнять запись числа в позиционной системе счисления; ПР.2.2.11.применять при решении задач теоретико-числовые функции: число и сумма делителей, функцию Эйлера; ПР.2.2.12.применять при решении задач цепные дроби; применять при решении задач многочлены с действительными и целыми коэффициентами; ПР.2.2.13.владеть понятиями приводимый и неприводимый многочлен и применять их при решении задач; ПР.2.2.14.применять при решении задач Основную теорему алгебры; применять при решении задач простейшие функции комплексной переменной как геометрические преобразования ПР.2.3 Уравнения и неравенства ПР.2.3.1.свободно определять тип и выбирать метод решения показательных и логарифмических уравнений и неравенств, иррациональных уравнений и неравенств, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; ПР.2.3.2.свободно решать системы линейных уравнений; ПР.2.3.3.решать основные типы уравнений и неравенств с параметрами; ПР.2.3.4.применять при решении задач неравенства Коши — Буняковского, Бернулли; ПР.2.3.5.иметь представление о неравенствах между средними степенными ПР.2.4 Функции ПР.2.4.1. Владеть понятиями: зависимость величин, функция, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, график зависимости, график функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, возрастание на числовом промежутке, убывание на числовом промежутке, наибольшее и наименьшее значение функции на числовом промежутке, периодическая функция, период, четная и нечетная функции; уметь применять эти понятия при решении задач; ПР.2.4.2.владеть понятием степенная функция; строить ее график и уметь применять свойства степенной функции при решении задач; ПР.2.4.3.владеть понятиями показательная функция, экспонента; строить их графики и уметь применять свойства показательной функции при решении задач; ПР.2.4.4.Владеть понятием логарифмическая функция; строить ее график и
--	--

	уметь применять свойства логарифмической функции при решении задач; ПР.2.4.5.владеть понятиями тригонометрические функции; строить их графики и уметь применять свойства тригонометрических функций при решении задач; ПР.2.4.6.владеть понятием обратная функция; применять это понятие при решении задач; ПР.2.4.7.применять при решении задач свойства функций: четность, периодичность, ограниченность; ПР.2.4.8.применять при решении задач преобразования графиков функций; ПР.2.4.9.владеть понятиями числовая последовательность, арифметическая и геометрическая прогрессия; ПР.2.4.10.применять при решении задач свойства и признаки арифметической и геометрической прогрессий. ПР.2.4.11.владеть понятием асимптоты и уметь его применять при решении задач; ПР.2.4.12.применять методы решения простейших дифференциальных уравнений первого и второго порядков ПР.2.5 Элементы математического анализа ПР.2.5.1.свободно владеть стандартным аппаратом математического анализа для вычисления производных функции одной переменной; ПР.2.5.2.свободно применять аппарат математического анализа для исследования функций и построения графиков, в том числе исследования на выпуклость; ПР.2.5.3.оперировать понятием первообразной функции для решения задач; ПР.2.5.4.овладеть основными сведениями об интеграле Ньютона–Лейбница и его простейших применениях; ПР.2.5.5.оперировать в стандартных ситуациях производными высших порядков; ПР.2.5.6..уметь применять при решении задач свойства непрерывных функций; ПР.2.5.7.уметь применять при решении задач теоремы Вейерштрасса; ПР.2.5.8.уметь выполнять приближенные вычисления (методы решения уравнений, вычисления определенного интеграла); ПР.2.5.9.уметь применять приложение производной и определенного интеграла к решению задач естествознания; владеть понятиями вторая производная, выпуклость графика функции и уметь исследовать функцию на выпуклость ПР.2.6 Статистика и теория вероятностей, логика и комбинаторика ПР.2.6.1.иметь представление о центральной предельной теореме; ПР.2.6.2.иметь представление о выборочном коэффициенте корреляции и линейной регрессии; ПР.2.6.3.иметь представление о статистических гипотезах и проверке статистической гипотезы, о статистике критерия и ее уровне значимости; ПР.2.6.4.иметь представление о связи эмпирических и теоретических распределений; ПР.2.6.5.иметь представление о кодировании, двоичной записи, двоичном дереве; ПР.2.6.6.владеть основными понятиями теории графов (граф, вершина, ребро, степень вершины, путь в графе) и уметь применять их при решении задач; ПР.2.6.7.иметь представление о деревьях и уметь применять при решении задач; ПР.2.6.8.владеть понятием связность и уметь применять компоненты связности при решении задач;
--	--

	ПР.2.6.9. осуществлять пути по ребрам, обходы ребер и вершин графа; ПР.2.6.10. иметь представление об эйлеровом и гамильтоновом пути, иметь представление о трудности задачи нахождения гамильтонова пути; ПР.2.6.11. владеть понятиями конечные и счетные множества и уметь их применять при решении задач; ПР.2.6.12. уметь применять метод математической индукции; уметь применять принцип Дирихле при решении задач ПР.2.7 Текстовые задачи ПР 2.7.1 Достижение результатов раздела II ПР.2.8 Геометрия ПР.2.8.1. Иметь представление об аксиоматическом методе; ПР.2.8.2. владеть понятием геометрические места точек в пространстве и уметь применять их для решения задач; ПР.2.8.3. уметь применять для решения задач свойства плоских и двугранных углов, трехгранного угла, теоремы косинусов и синусов для трехгранного угла; ПР.2.8.4. владеть понятием перпендикулярное сечение призмы и уметь применять его при решении задач; ПР.2.8.5. иметь представление о двойственности правильных многогранников; ПР.2.8.6. владеть понятиями центральное и параллельное проектирование и применять их при построении сечений многогранников методом проекций; ПР.2.8.7. иметь представление о развертке многогранника и кратчайшем пути на поверхности многогранника; ПР.2.8.8. иметь представление о конических сечениях; ПР.2.8.9. иметь представление о касающихся сферах и комбинации тел вращения и уметь применять их при решении задач; ПР.2.8.10. применять при решении задач формулу расстояния от точки до плоскости; ПР.2.8.11. владеть разными способами задания прямой уравнениями и уметь применять при решении задач; ПР.2.8.12. применять при решении задач и доказательстве теорем векторный метод и метод координат; ПР.2.8.13. иметь представление об аксиомах объема, применять формулы объемов прямоугольного параллелепипеда, призмы и пирамиды, тетраэдра при решении задач; ПР.2.8.14. применять теоремы об отношениях объемов при решении задач; ПР.2.8.15. применять интеграл для вычисления объемов и поверхностей тел вращения, вычисления площади сферического пояса и объема шарового слоя; ПР.2.8.16. иметь представление о движениях в пространстве: параллельном переносе, симметрии относительно плоскости, центральной симметрии, повороте относительно прямой, винтовой симметрии, уметь применять их при решении задач; ПР.2.8.17. иметь представление о площади ортогональной проекции; иметь представление о трехгранном и многогранном угле и применять свойства плоских углов многогранного угла при решении задач; ПР.2.8.18. иметь представления о преобразовании подобия, гомотетии и уметь применять их при решении задач; ПР.2.8.19. уметь решать задачи на плоскости методами стереометрии; уметь применять формулы объемов при решении задач ПР.2.9 Векторы и координаты в пространстве ПР.2.9.1. находить объем параллелепипеда и тетраэдра, заданных координатами своих вершин;
--	---

	ПР.2.9.2. задавать прямую в пространстве; ПР.2.9.3. находить расстояние от точки до плоскости в системе координат; ПР.2.9.4. находить расстояние между скрещивающимися прямыми, заданными в системе координат ПР.2.10 История математики ПР.2.10.1 Достижение результатов раздела II ПР.2.11 Методы математики ПР.2.11.1. применять математические знания к исследованию окружающего мира (моделирование физических процессов, задачи экономики)
--	--

Приступая к выполнению практической работы, необходимо внимательно прочитать цель и задачи занятия, ознакомиться с требованиями к уровню подготовки в соответствии с федеральными государственными стандартами, краткими теоретическими и учебно-методическими материалами по теме практической работы, ответить на вопросы для закрепления теоретического материала.

Все задания к практической работе должны выполняться в соответствии с инструкцией, анализировать полученные в ходе занятия результаты по приведенной методике.

Отчет о практической работе должны выполнить по приведенному алгоритму, опираясь на образец.

Наличие положительной оценки по практическим работам необходимо для получения зачета по дисциплине и допуска к экзамену, поэтому в случае отсутствия на уроке по любой причине или получения неудовлетворительной оценки за практическую студенты должны найти время для ее выполнения или пересдачи.

Если в процессе подготовки к практическим работам у студента возникают вопросы, разрешить которые самостоятельно не удастся, необходимо обратиться к преподавателю для получения разъяснений или указаний в дни проведения дополнительных занятий.

Время проведения дополнительных занятий можно узнать у преподавателя или посмотреть на двери его кабинета.

Тема 1.1 Действительные числа

Практическая работа № 1 «Дроби, действия с дробями».

Учебная цель: Вспомнить навыки вычисления дробей.

Образовательные результаты, заявленные во ФГОС СОО:

Студент должен достичь следующих результатов:

личностных: готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию; (ОК8)

предметных: Свободно оперировать понятиями: натуральное число, множество натуральных чисел, целое число, множество целых чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, смешанное число, рациональное число; находить НОД и НОК разными способами и использовать их при решении задач ;(ОК5)

метапредметных: организовывать эффективный поиск ресурсов, необходимых для достижения поставленной цели; (ОК4)

Задачи практической работы:

1. Выполнять арифметические действия над числами, сочетая устные и письменные приемы;

2. Находить ошибки в вычислениях.

Обеспеченность занятия:

Учебно-методическая литература:

1. Богомоллов Н.В. Математика: учеб.для ссузов / Н.В.Богомоллов, П.И.Самойленко. - 9-е изд., стереотип. – М. : Дрофа, 2013. – 395,[5] с.: ил.

2. Богомоллов Н.В. Сборник задач по математике: учеб.пособие для ссузов / Н.В.Богомоллов, П.И.Самойленко. - 9-е изд., стереотип. – М. : Дрофа, 2012. – 204, [4] с.: ил.

3. Составитель Степанова Т.С. Алгебра. Весь школьный курс в таблицах/ сост.Т.С. Степанова – Минск: Букмастер: Кузьма, 2012.- 2-е изд.-288с.

Программное обеспечение: по данной теме не имеется. Учебники или конспекты.

Рабочая тетрадь: тетрадь в клетку 48 листов

Раздаточные материалы: инструкционные карты -1 на парту

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы:

. а). Формулы сокращенного умножения

$$1. (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 ;$$

$$2. (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 ;$$

$$3. (a \pm b \pm c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 \pm 2ab \pm 2ac + 2bc;$$

$$4. a^2 - b^2 = (a - b)(a + b);$$

$$5. (a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3;$$

$$6. (a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3;$$

$$7. a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2);$$

$$8. a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2);$$

Инструкция по выполнению практической работы

Каждый вариант работы состоит из нескольких задач. Обучающийся должен решить задачи по варианту, номер которого укажет преподаватель.

При выполнении практических работ надо придерживаться следующих правил:

1. Практическую работу следует выполнять в тетради чернилами черного или синего цвета, оставляя поля.

2. На обложке тетради должны быть ясно написаны фамилия обучающегося, его инициалы, номер специальности, название дисциплины, номер подгруппы.

3. В заголовке работы должны быть указаны номер практической работы, тема практической работы, номер варианта.

4. В работу должны быть включены задачи, указанные в практической работе, строго по предложенному варианту.

5. Перед решением каждой задачи надо выписать полностью ее условие.

6. Решение задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые рисунки.

7. После получения проверенной работы, студент должен исправить все отмеченные ошибки.

Основные требования к обработке результатов расчетов и оформлению отчетов.

Отчет по практической работе должен содержать:

1. Номер и тему практической работы, номер варианта.

2. Номер задачи и ее условие.

3. Подробное решение каждой задачи.

4. Полный ответ к каждой задаче

Критериями оценки результатов работы студентов являются:

1. уровень усвоения студентом учебного материала;

2. умение студента использовать теоретические знания при выполнении практических задач;

3. сформированность ключевых (общеучебных) компетенций;

4. обоснованность и четкость изложения материала;

5. уровень оформления работы.

Задания для практической работы.

Вариант 1.

I. Выполнить действия: 1) $0,3 - 4,2 : \left(2,25 - 1\frac{7}{8} \cdot 3\frac{1}{3} \right) =$

II. Из формулы давления газа $p = \frac{nmv^2}{3}$ выразите скорость молекул v .

III. Упростить выражение: $\frac{a^2}{a^2 - 1} - \frac{a}{a + 1} =$

Вариант 2.

I. Выполнить действия: 1) $1\frac{5}{36} + 0,07 : (0,85 \cdot 0,4 - 0,4) =$

II. Объем цилиндра вычисляется по формуле $V = \pi R^2 H$, где R - радиус основания, H - высота цилиндра. Выразите из этой формулы радиус R .

III. Упростить выражение: $\frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2} - \frac{a - b}{a + b} =$

Вариант 3.

I. Выполнить действия: 1) $\frac{203,4 : 9 - (5,39 - 7,39)}{\frac{3}{14} \cdot \frac{7}{9} - \frac{1}{3}} =$

II. Из формулы площади треугольника $S = \frac{ah}{2}$ выразите его основание a .

III. Упростить выражение: $\frac{4x}{x^2 - y^2} - \frac{4}{x + y} =$

Вариант 4.

I. Выполнить действия: 1) $(0,25 \cdot 0,2 - 0,1) : 0,5 + \frac{1}{6} =$

II. Из формулы пути $S = \frac{v^2}{2a}$, справедливой для равноускоренного движения без начальной скорости, выразите скорость v .

III. Упростить выражение: $\frac{3a^2 + 6a}{a^2 - 9} - \frac{2a}{a - 3} =$

Вариант 5.

I. Выполнить действия: 1) $(0,6 \cdot 2,5 - 2,5) : 0,8 + 1 \frac{3}{16} =$

II. Из формулы $S = \frac{abc}{4R}$ выразите переменную R .

III. Упростить выражение: $\frac{a}{a - b} - \frac{a - b}{a + b} =$

Вариант 6.

I. Выполнить действия: 1) $\frac{12,8 : 0,64 + 3,05 : 0,05}{8 \frac{2}{3} : 1 \frac{4}{9} - 1}$

II. Из формулы $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$ выразите переменную b .

III. Упростить выражение: $\frac{a^2 + b^2}{2a^2 + 2ab} + \frac{b}{a + b} =$

Раздел 1. Алгебра

Тема 1.1: Действительные числа

Практическая работа № 2 «Проценты».

Учебная цель: применить навыки решения задач на нахождение процентов

Образовательные результаты, заявленные во ФГОС СПО:

Студент должен достичь следующих результатов:

личностных: готовность и способность к самостоятельной, творческой и ответственной деятельности; (ОК8)

предметных: Обеспечения сформированности логического, алгоритмического и математического мышления (Ок 4); обеспечения сформированности умений применять полученные знания при решении различных задач (Ок5)

метапредметных: готовность и способность к самостоятельной информационно - познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников; (ОК4)

Задачи практической работы:

1. Выполнять арифметические действия над числами, сочетая устные и письменные приемы;

2. Находить ошибки в вычислениях.

Обеспеченность занятия:

Учебно-методическая литература:

4. Богомолов Н.В. Математика: учеб. для ссузов / Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. - 9-е изд., стереотип. – М. : Дрофа, 2013. – 395, [5] с.: ил.

5. Богомолов Н.В. Сборник задач по математике: учеб. пособие для ссузов / Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. - 9-е изд., стереотип. – М. : Дрофа, 2012. – 204, [4] с.: ил.

6. Составитель Степанова Т.С. Алгебра. Весь школьный курс в таблицах/ сост. Т.С. Степанова – Минск: Букмастер: Кузьма, 2012.- 2-е изд.-288с.

Программное обеспечение: по данной теме не имеется. Учебники или конспекты.

Рабочая тетрадь: тетрадь в клетку 48 листов

Раздаточные материалы: инструкционные карты -1 на парту

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы:

Процентом (процентом) от числа А называется одна сотая часть этого числа. Слово «процент» произошло от латинского pro cento, что значит «с сотни ».

Например: $10\% = 0,1$; 10 часть числа А.

В случае кредитов и депозитов используют формулы для вычисления простых процентов на период в годах, месяцах и днях.

Другая часть задач касается нахождения содержания чего-то по известным процентами, или наоборот - за содержанием найти процентное соотношение.

1. Части и проценты

2. Чтобы найти проценты от данного числа, надо:

а) выразить проценты в виде дроби;

б) умножить данное число на эту дробь. (а составляет $p\%$ от б)

2. Процентное сравнение величин

При сравнении двух величин за 100% принимается та, с которой производится сравнение. В задачах на проценты сначала следует понять, какая величина принимается за 100%.

Пример 1. К сплаву массой 600 г, содержащему 12 % серебра, добавили 60 г серебра. Какое содержание серебра в новом сплаве?

Решение: Определяем сколько грамм серебра в первом сплаве

$P_1 = 600 \cdot 12 / 100 = 72 \text{ (г)}$

К найденному значению добавляем 60 грамм серебра

$P_1 = 72 + 60 = 132 \text{ (г)}$

При определении процентного содержания серебра не следует забывать, что вес нового сплава вырос на массу серебра, которую добавили.

Если бы Вы вычисляли следующим образом

$132 / 600 \cdot 100\% = 22\%$

то получили – неправильный результат .

ЗАПОМНИТЕ: в подобных задачах сначала находят меру (вес, объем, длину) нового объекта, а затем находят содержание.

В заданной задачи новый сплав получит массу

$P_2 = 600 + 60 = 660 \text{ (г)}$

а процентное содержание серебра

$P_1 / P_2 \cdot 100\% = 132 / 660 \cdot 100\% = 20\%$

будет следующим – 20%.

4. Сложные проценты

При неоднократном процентном изменении величины удобно использовать формулу «сложных» процентов.

Формула «сложных» процентов для двукратного изменения выглядит так:

$A_2 = A_0 (1 + 0,01r_1)(1 + 0,01r_2)$, где

A_0 – первоначальное значение величины

A_2 – новое значение величины A после ее двукратного процентного изменения,

r_1 и r_2 – проценты изменения величины A .

Формула сложных процентов особенно удобна тем, что допускает простое и логичное обобщение в виде увеличения числа сомножителей аналогичного вида для любого нужного числа изменений.

Пример 2. Митя, Антон, Гоша и Борис учредили компанию с уставным капиталом 200000 рублей. Митя внес 14% уставного капитала, Антон – 42000 рублей, Гоша – 0,12 уставного капитала, а оставшуюся часть капитала внес Борис. Учредители договорились делить ежегодную прибыль пропорционально внесенному в уставной капитал вкладу. Какая сумма от прибыли 1000000 рублей причитается Борису? Ответ дайте в рублях.

Решение.

Уставной капитал: 200000 руб. – 100%

Митя: – 14%

Гоша: – 12%

Антон: - 42000 руб. –

Борис: - остальное –

Антон внес: $42000 \cdot 100 / 200000$ группа 21% уставного капитала.

Тогда Борис внес $100 - (14 + 12 + 21)$ группа 53% уставного капитала.

Таким образом, от прибыли 1 000 000 рублей Борису причитается $1000000 \cdot 53 / 100$ группа 530000 рублей.

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию

1. Что такое процент?
2. Как найти части и проценты?
3. Как найти процентное сравнение величин?
4. Как найти сложные проценты?

Инструкция по выполнению практической работы

Каждый вариант работы состоит из нескольких задач. Обучающийся должен решить задачи по варианту, номер которого укажет преподаватель.

При выполнении практических работ надо придерживаться следующих правил:

1. Практическую работу следует выполнять в тетради чернилами черного или синего цвета, оставляя поля.
2. На обложке тетради должны быть ясно написаны фамилия обучающегося, его инициалы, номер специальности, название дисциплины, номер подгруппы.
3. В заголовке работы должны быть указаны номер практической работы, тема практической работы, номер варианта.
4. В работу должны быть включены задачи, указанные в практической работе, строго по предложенному варианту.
5. Перед решением каждой задачи надо выписать полностью ее условие.
6. Решение задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые рисунки.
7. После получения проверенной работы, студент должен исправить все отмеченные ошибки.

Основные требования к обработке результатов расчетов и оформлению отчетов.

Отчет по практической работе должен содержать:

1. Номер и тему практической работы, номер варианта.
2. Номер задачи и ее условие.
3. Подробное решение каждой задачи.
4. Полный ответ к каждой задаче

Критериями оценки результатов работы студентов являются:

1. уровень усвоения студентом учебного материала;
2. умение студента использовать теоретические знания при выполнении практических задач;
3. сформированность ключевых (общеучебных) компетенций;
4. обоснованность и четкость изложения материала;
5. уровень оформления работы.

Задания для практической работы.

Вариант 1.

а) Из данных четырех чисел первые три относятся между собой как $1 : 1 : 1$, а четвертое составляет 15% второго числа. Найдите эти числа, если известно, что второе число на 8 больше суммы остальных.

б) В класс закупили 3 энергосберегающие окна, которые на 20 % дороже обычных. Сколько потратили денег, если за обычные окна нужно заплатить 1400 гривен.

Вариант 2.

а) Митя, Антон, Гоша и Борис учредили компанию с уставным капиталом 200000 рублей. Митя внес 14% уставного капитала, Антон — 42000 рублей, Гоша — 0,12 уставного капитала, а оставшуюся часть капитала внес Борис. Учредители договорились делить ежегодную прибыль пропорционально внесенному в уставной капитал вкладу. Какая сумма от прибыли 1000000 рублей причитается Борису? Ответ дайте в рублях

б) В саду росли яблони и вишни, причем яблони составляли 42% всех деревьев. Вишен было на 48 деревьев больше, чем яблонь. Сколько деревьев росло в саду?

Вариант 3.

а). Дима, Артем, Гриша и Вова учредили компанию с уставным капиталом 150000 рублей. Дима внес 17% уставного капитала, Артем — 5000 рублей, Гриша — 0,24 уставного капитала, а оставшуюся часть капитала внес Вова. Учредители договорились делить ежегодную прибыль пропорционально внесенному в уставной капитал вкладу. Какая сумма от прибыли 900000 рублей причитается Вове? Ответ дайте в рублях

б) За два дня был проложен кабель. За первый день проложили 56% кабеля, а за другой - на 132 м меньше, чем первого. Сколько всего метров кабеля было проложено за два дня?

Вариант 4.

а). Дима, Антон, Паша и Коля учредили компанию с уставным капиталом 100000 рублей. Дима внес 22% уставного капитала, Антон — 50000 рублей, Паша — 0,26 уставного капитала, а оставшуюся часть капитала внес Коля. Учредители договорились делить ежегодную прибыль пропорционально внесенному в уставной капитал вкладу.

Какая сумма от прибыли 700000 рублей причитается Коле? Ответ дайте в рублях.

б) В бочке объемом 200 литров перевозили масло . На станции отлили 60 литров. Сколько процентов от объема осталось?

Вариант 5.

а) За год стипендия студента увеличилась на 32%. В первом полугодии стипендия увеличилась на 10%. Определите, на сколько процентов увеличилась стипендия во втором полугодии?

б) За первый день мальчик прочитал 25% всей книги, за второй - 72% от количества страниц что осталась, а за третий - остальные 84 страницы. Сколько страниц в книге?

Вариант 6.

а). Зарплата служащего составляла 2000 у.е. Затем зарплату повысили на 20%, а вскоре понизили на 20%. Сколько стал получать служащий?

б) При несвоевременной уплате долгов насчитывают 2% пени за каждый просроченный день. Какую сумму нужно заплатить через 12 дней после срока погашения 500 рублей долг

Раздел: 1.Алгебра

Тема 1.1: Действительные числа

Практическая работа № 3 «Действительные числа».

Учебная цель: Оперировать понятиями: конечное множество, элемент множества, подмножество, пересечение, объединение и разность множеств, числовые множества на координатной прямой.

Образовательные результаты, заявленные во ФГОС СПО:

Студент должен достичь следующих результатов:

личностных: готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию; (ОК8)

предметных: Свободно оперировать понятиями: натуральное число, множество натуральных чисел, целое число, множество целых чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, смешанное число, рациональное число; находить НОД и НОК разными способами и использовать их при решении задач ;(ОК5)

метапредметных: организовывать эффективный поиск ресурсов, необходимых для достижения поставленной цели; (ОК4)

Задачи практической работы:

1. Выполнять действия над множествами, сочетая устные и письменные приемы;
2. Находить ошибки в вычислениях.

Обеспеченность занятия:

Учебно-методическая литература:

7. Богомолов Н.В. Математика: учеб.для ссузов / Н.В.Богомолов, П.И.Самойленко. - 9-е изд., стереотип. – М. : Дрофа, 2013. – 395,[5] с.: ил.

8. Богомолов Н.В. Сборник задач по математике: учеб.пособие для ссузов / Н.В.Богомолов, П.И.Самойленко. - 9-е изд., стереотип. – М. : Дрофа, 2012. – 204, [4] с.: ил.

9. Составитель Степанова Т.С. Алгебра. Весь школьный курс в таблицах/ сост.Т.С.

Программное обеспечение: по данной теме не имеется. Учебники или конспекты.

Рабочая тетрадь: тетрадь в клетку 48 листов

Раздаточные материалы: инструкционные карты -1 на парту

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы:

1. *Абсолютной погрешностью* $\Delta_a x$ приближения $a \approx x$ называется модуль разности $a-x$ т.е. $\Delta_a x = |a - x|$. Отсюда следует, что $a-x = \Delta_a x$ или $a-x = -\Delta_a x$, т.е. $a = x + \Delta_a x$ или $a = x - \Delta_a x$. В таких случаях пишут $a = x \pm \Delta_a x$

2. *Границей абсолютной погрешности* приближения $a \approx x$ называется такое положительное число h_a , больше которого абсолютная погрешность $\Delta_a x$ быть не может: $\Delta_a x = |a - x| \leq h_a$.

3. *Относительной погрешностью* приближенного числа x называется отношение абсолютной погрешности этого числа к модулю приближенного значения x ($x \neq 0$) данной величины, т.е. $\omega_a x = \frac{\Delta_a x}{|x|}$.

4. *Границей относительной погрешности* приближения $a \approx x$ называется положительное число E_a больше которого относительная погрешность $\omega_a x$ быть не может:

$$\omega_a x = \frac{\Delta_a x}{|x|} \leq E_a.$$

Если граница абсолютной погрешности h_a задана, то $\omega_a x = \frac{\Delta_a x}{|x|} \leq \frac{h_a}{|x|}$.

Как правило, число $\frac{h_a}{|x|}$, берется в качестве границы относительной погрешности

E_a

$$E_a = \frac{h_a}{|x|}.$$

Инструкция по выполнению практической работы

Каждый вариант работы состоит из нескольких задач. Обучающийся должен решить задачи по варианту, номер которого укажет преподаватель.

При выполнении практических работ надо придерживаться следующих правил:

1. Практическую работу следует выполнять в тетради чернилами черного или синего цвета, оставляя поля.

2. На обложке тетради должны быть ясно написаны фамилия обучающегося, его инициалы, номер специальности, название дисциплины, номер подгруппы.

3. В заголовке работы должны быть указаны номер практической работы, тема практической работы, номер варианта.

4. В работу должны быть включены задачи, указанные в практической работе, строго по предложенному варианту.

5. Перед решением каждой задачи надо выписать полностью ее условие.

6. Решение задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые рисунки.

7. После получения проверенной работы, студент должен исправить все отмеченные ошибки.

Основные требования к обработке результатов расчетов и оформлению отчетов.

Отчет по практической работе должен содержать:

1. Номер и тему практической работы, номер варианта.
2. Номер задачи и ее условие.
3. Подробное решение каждой задачи.
4. Полный ответ к каждой задаче

Критериями оценки результатов работы студентов являются:

1. уровень усвоения студентом учебного материала;
2. умение студента использовать теоретические знания при выполнении практических задач;
3. сформированность ключевых (общеучебных) компетенций;
4. обоснованность и четкость изложения материала;
5. уровень оформления работы.

Задания для практической работы.

Вариант 1.

1. Запишите 4 подмножества множества месяцев года.
2. Известно, что $\pi = 3,1415926\dots$. Найти абсолютную погрешность приближения $\pi \approx 3,14$.

Вариант 2.

1. Пусть A – множество дней недели, B – множество месяцев года, C – множество времен года. Запишите эти множества, применяя скобки.
2. При измерении длины l и диаметра d некоторого провода получены значения $l = 50 \pm 0,1 \text{ м}$, $d = 2 \pm 0,1 \text{ мм}$. Вычислить границы относительных погрешностей E_l и E_d .

Вариант 3.

1. A и B – множества букв, образующих соответственно слова: «атлас» и «аттестат». Найти объединение и пересечение множеств A и B .
2. Для приближения $e \approx 2,71828$ граница относительной погрешности равна $E_e = 0.0000008$. Найти границу абсолютной погрешности he .

Вариант 4.

1. A и B – множества натуральных чисел, делящихся на цело соответственно на 2 и на 3. Найти объединение и пересечение этих двух бесконечных множеств.
2. Пусть число 5,74 есть одно из приближений искомого числа x и имеет границу абсолютной погрешности 0,3. Какие значения может принимать число x ?

Вариант 5.

1. A и B – множества букв, образующих соответственно слова: «атлас» и «аттестат». Найти объединение и пересечение множеств A и B .
2. Дано число $x = 2,362307$ и его приближение 2,36. Найти абсолютную погрешность и ее границу для заданного приближения.

Вариант 6.

1. Запишите 4 подмножества множества частей света.
2. Приближение числа 3,24 равно 3,2. Вычислить абсолютную и относительную погрешности приближения.

Раздел 1. Алгебра

Тема 1.2. Алгебраические уравнения и неравенства

Практическая работа № 4 «Функции. Преобразование графиков функций».

Учебная цель: применить навыки в преобразовании графиков функции.

Образовательные результаты, заявленные во ФГОС СПО:

Студент должен достичь следующих результатов:

личностных: готовность и способность к самостоятельной, творческой и ответственной деятельности; (ОК8)

предметных: Обеспечения сформированности логического, алгоритмического и математического мышления; (Ок 4) обеспечения сформированности умений применять полученные знания при решении различных задач (Ок5)

метапредметных: готовность и способность к самостоятельной информационно - познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников; (ОК4)

Задачи практической работы:

1. Применить навыки в преобразовании графиков функции.

Обеспеченность занятия:

1.Учебно-методическая литература:

Учебно-методическая литература:

1. Богомолов Н.В. Математика: учеб. для ссузов / Н.В.Богомолов, П.И.Самойленко. - 9-е изд., стереотип. – М. : Дрофа, 2013. – 395,[5] с.: ил.

2. Богомолов Н.В. Сборник задач по математике: учеб.пособие для ссузов / Н.В.Богомолов, П.И.Самойленко. - 9-е изд., стереотип. – М. : Дрофа, 2012. – 204, [4] с.: ил.

3. Составитель Степанова Т.С. Алгебра. Весь школьный курс в таблицах/ сост.Т.С. Степанова – Минск: Букмастер: Кузьма, 2012.- 2-е изд.-288с.

3.Программное обеспечение: по данной теме не имеется. Учебники или конспекты.

4.Рабочая тетрадь: тетрадь в клетку 48 листов

5.Раздаточные материалы: инструкционные карты -1 на парту

6.Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы:

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию

Инструкция по выполнению практической работы

Каждый вариант работы состоит из нескольких задач. Обучающийся должен решить задачи по варианту, номер которого укажет преподаватель.

При выполнении практических работ надо придерживаться следующих правил:

1. Практическую работу следует выполнять в тетради чернилами черного или синего цвета, оставляя поля.

2. На обложке тетради должны быть ясно написаны фамилия обучающегося, его инициалы, номер специальности, название дисциплины, номер подгруппы.

3. В заголовке работы должны быть указаны номер практической работы, тема практической работы, номер варианта.

4. В работу должны быть включены задачи, указанные в практической работе, строго по предложенному варианту.

5. Перед решением каждой задачи надо выписать полностью ее условие.

6. Решение задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые рисунки.

7. После получения проверенной работы, студент должен исправить все отмеченные ошибки.

Критериями оценки результатов работы студентов являются:

1. уровень усвоения студентом учебного материала;
2. умение студента использовать теоретические знания при выполнении практических задач;
3. сформированность ключевых (общеучебных) компетенций;
4. обоснованность и четкость изложения материала;
5. уровень оформления работы.

Основные требования к обработке результатов расчетов и оформлению отчетов.

Отчет по практической работе должен содержать:

1. Номер и тему практической работы, номер варианта.
2. Номер задачи и ее условие.
3. Подробное решение каждой задачи.
4. Полный ответ к каждой задаче

Задания для практической работы.

Вариант 1.

1. Постройте график функции $y = \frac{3-x}{2}$. При каких значениях x выполняется неравенство $0 \leq y \leq 1,5$.
2. Постройте график функции $y = -x^2 + 2x - 4$.
3. Постройте график функции $y = \begin{cases} \frac{1}{4}x^2 - 1, & \text{если } -2 \leq x \leq 2, \\ 2 - x, & \text{если } x > 2, \\ x + 2, & \text{если } x < -2 \end{cases}$

Вариант 2.

1. Постройте график функции $y = \frac{-6}{x}$. Укажите промежутки, в которых значения функции положительны
2. Постройте график функции $y = -x^2 - 4x$. При каких значениях x функция принимает значения, меньшие 3.
3. Постройте график функции $y = \begin{cases} 2x + 4, & \text{если } x < -1, \\ 2, & \text{если } -1 \leq x < 2, \\ 3 - \frac{x}{2}, & \text{если } x \geq 2. \end{cases}$

Вариант 3.

1. Постройте график функции $y = -\frac{5}{2x}$. При каких значениях x функция принимает значения, большие -5.
2. Постройте график функции $y = -x^2 + 2x - 4$.
3. Постройте график функции $y = \begin{cases} 2 - 2x^2, & \text{если } -1 \leq x \leq 1, \\ x - 1, & \text{если } x > 1, \\ -x - 1, & \text{если } x < -1. \end{cases}$

Вариант 4.

1. Указать область значений функции $y = \frac{1}{3}x^2 + 2x + 3$
2. Постройте график функции $y = -x^2 - 2x$. При каких значениях x функция принимает значения, большие -3.
3. Постройте график функции $y = \begin{cases} \frac{1}{2} - \frac{1}{2}x^2, & \text{если } -1 \leq x \leq 1, \\ x^2 - 1, & \text{если } x < -1 \text{ и } x > 1 \end{cases}$

Вариант 5.

4. Постройте график функции $y = \frac{3}{2x}$. При каких значениях x функция принимает значения, меньшее 3.
5. Постройте график функции $y = 2x^2 + 4x + 5$.
6. Постройте график функции $y = \begin{cases} 2 - 2x^2, & \text{если } -1 \leq x \leq 1, \\ x^2 - 1, & \text{если } x < -1 \text{ и } x > 1. \end{cases}$

Вариант 6.

4. Постройте график функции $y = \frac{2x+6}{3}$. При каких значениях x выполняется неравенство $0 \leq y \leq 4$.
5. Постройте график функции $y = x^2 - 2x + 3$.
6. Постройте график функции $y = \begin{cases} 1, & \text{если } x < -2, \\ \frac{1}{4}x^2, & \text{если } x \geq 2. \end{cases}$

Раздел 1. Алгебра

Тема 1.2. Алгебраические уравнения и неравенства

Практическая работа № 5 «Решение линейных уравнений, системы линейных уравнений».

Учебная цель: применить навыки решения уравнений с одной переменной: линейные уравнения, системы линейных уравнений

Образовательные результаты, заявленные во ФГОС СПО:

Студент должен достичь следующих результатов:

личностных: готовность и способность к самостоятельной, творческой и ответственной деятельности; (ОК8)

предметных: Обеспечения сформированности логического, алгоритмического и математического мышления (ОК 4); обеспечения сформированности умений применять полученные знания при решении различных задач (ОК5);

метапредметных: готовность и способность к самостоятельной информационно - познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников (ОК4);

Задачи практической работы:

1. Ознакомиться с простейшими сведениями о корнях алгебраических уравнений, с понятиями исследования уравнений и систем уравнений.
2. Решать уравнения, применяя все приемы
3. Решать системы уравнений, применяя различные способы.

Обеспеченность занятия:

Учебно-методическая литература:

1. Богомолов Н.В. Математика: учеб. для ссузов / Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. - 9-е изд., стереотип. - М. : Дрофа, 2013. - 395, [5] с.: ил.
2. Богомолов Н.В. Сборник задач по математике: учеб. пособие для ссузов / Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. - 9-е изд., стереотип. - М. : Дрофа, 2012. - 204, [4] с.: ил.
3. Составитель Степанова Т.С. Алгебра. Весь школьный курс в таблицах / сост. Т.С. Степанова - Минск: Букмастер: Кузьма, 2012. - 2-е изд. - 288с.

Программное обеспечение: по данной теме не имеется. Учебники или конспекты.

Рабочая тетрадь: тетрадь в клетку 48 листов

Раздаточные материалы: инструкционные карты -1 на парту
Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы:

а). Формулы сокращенного умножения

1. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$;
2. $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$;
3. $(a \pm b \pm c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 \pm 2ab \pm 2ac + 2bc$;
4. $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$;
5. $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$;
6. $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$;
7. $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$;
8. $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$;

б). Линейное уравнение. $ax + b = 0$ – уравнение I – ой степени.

$$\text{Решение: } ax = -b \Rightarrow x = -\frac{b}{a}$$

Линейными уравнениями называются не только уравнения вида $ax + b = 0$, но и уравнения, которые преобразованиями и упрощениями сводятся к этому виду.

Пример 1. Решить уравнение $\frac{x+2}{3} + x = 1 - \frac{3}{4}x$

$$12\left(\frac{x+2}{3} + x\right) = 12\left(1 - \frac{3}{4}x\right)$$

Раскрываем скобки:

$$\frac{12(x+2)}{3} + 12x = 12 - \frac{12 \cdot 3}{4}x$$
$$4(x+2) + 12x = 12 - 9x$$

Раскрываем оставшиеся скобки:

$$4x + 8 + 12x = 12 - 9x$$
$$4x + 12x + 9x = 12 - 8$$

$$25x = 4; \quad X = 25/4, \quad x = 0,16.$$

Ответ: $x=0,16$

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию

1. Как выполняются арифметические действия с дробями?
2. Формулы сокращенного умножения.
3. Какое уравнение называется линейным и как найти его решение?
4. Как решается система линейных уравнений? Какие существуют способы решения системы линейных уравнений?

Инструкция по выполнению практической работы

Каждый вариант работы состоит из нескольких задач. Обучающийся должен решить задачи по варианту, номер которого укажет преподаватель.

При выполнении практических работ надо придерживаться следующих правил:

1. Практическую работу следует выполнять в тетради чернилами черного или синего цвета, оставляя поля.
2. На обложке тетради должны быть ясно написаны фамилия обучающегося, его инициалы, номер специальности, название дисциплины, номер подгруппы.
3. В заголовке работы должны быть указаны номер практической работы, тема практической работы, номер варианта.
4. В работу должны быть включены задачи, указанные в практической работе, строго по предложенному варианту.
5. Перед решением каждой задачи надо выписать полностью ее условие.

6. Решение задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые рисунки.

7. После получения проверенной работы, студент должен исправить все отмеченные ошибки.

Основные требования к обработке результатов расчетов и оформлению отчетов.

Отчет по практической работе должен содержать:

1. Номер и тему практической работы, номер варианта.
2. Номер задачи и ее условие.
3. Подробное решение каждой задачи.
4. Полный ответ к каждой задаче

Критериями оценки результатов работы студентов являются:

1. уровень усвоения студентом учебного материала;
2. умение студента использовать теоретические знания при выполнении практических задач;
3. сформированность ключевых (общеучебных) компетенций;
4. обоснованность и четкость изложения материала;
5. уровень оформления работы.

Задания для практической работы.

Вариант 1.

1. Решить уравнения:

а) $5(2 + 1,5x) - 0,5x = 24$; б) $\frac{3x-2}{5} = \frac{2+x}{3}$; в) $\frac{1}{x} - \frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x} = 0$

г) $\begin{cases} 4x - 3y = -1, \\ x - 5y = 4 \end{cases}$

2. Определить по чертежу точки пересечения графика функции $y = x + 1$ с осями координат.

Вариант 2

1. Решить уравнения:

а) $\frac{x-4}{3} + \frac{x}{2} = 5$; б) $4-5(3x+2,5)=3x+9,5$; в) $\frac{x+1}{x-2} + \frac{x+2}{x-1} - 2 = 0$

г) $\begin{cases} 2x + y = 1, \\ 5x + 2y = 0 \end{cases}$

2. Построить график функции $y = -2x + 3$ и по чертежу определить точки пересечения графика с осями координат.

Вариант 3.

1. Решить уравнения:

а) $0,2 - 2(x + 1) = 0,4x$ б) $\frac{x-6}{4} - \frac{x}{3} = 1$; в) $\frac{6}{x+2} - \frac{x+2}{x-2} + \frac{x^2}{x^2-4} = 0$

г) $\begin{cases} 2x + 5y = -7, \\ 3x - y = 15. \end{cases}$

2. Построить график функции $y = -x - 2$ и по чертежу определить значения переменной x , при которых функция изменяется от 0 до -2. Какой характер носит изменение функции?

Вариант 4

1. Решить уравнения:

$$a) 3(0,5x - 4) + 8,5x = 18; \quad б) \frac{2x+1}{2} - \frac{3}{4} = \frac{7x}{8}; \quad в) \frac{x^2-x+1}{x-1} + \frac{x^2+x+1}{x+1} = 2x$$

$$г) \begin{cases} 6x + y = 5, \\ 2x - 3y = -5. \end{cases}$$

2. Построить график функции $y = -2x + 1$ и по чертежу определить значения переменной x , при которых функция положительна.

Вариант 5.

1. Решить уравнения:

$$a) \frac{x-4}{2} - \frac{x-1}{5} = 3; \quad б) \frac{4}{3}(x-8) = \frac{1}{3}(6x-4); \quad в) \frac{x-3}{2x+1} + \frac{2x-1}{4x-3} = 1$$

$$г) \begin{cases} 2x + 3y = 3, \\ 5x + 6y = 9. \end{cases}$$

2. Построить график функции $y = 2x - 1$ и по чертежу определить значения переменной x , при которых функция отрицательна.

Вариант 6.

1. Решить уравнения:

$$a) 4 - 5(3x + 2,5) = 3x + 9,5; \quad б) \frac{x+7}{6} + 2 = \frac{x}{3}; \quad в) \frac{x+3}{3-x} + \frac{x-3}{x+3} = \frac{3}{9-x^2}$$

$$г) \begin{cases} 2x - 3y = 5, \\ 3x + 2y = 14. \end{cases}$$

2. Построить график функции $y = 3 - 2x$ и по чертежу определить значения переменной x , при которых функция принимает неотрицательные значения..

Раздел 1. Алгебра

Тема 1.2. Алгебраические уравнения и неравенства

Практическая работа № 6 «Уравнения приводимые к квадратным».

Учебная цель: применить навыки решения квадратных уравнений, уравнений приводимые к квадратным

Образовательные результаты, заявленные во ФГОС СПО:

Студент должен достичь следующих результатов:

личностных: готовность и способность к самостоятельной, творческой и ответственной деятельности (ОК8);

предметных: Обеспечения сформированности логического, алгоритмического и математического мышления (ОК 4); обеспечения сформированности умений применять полученные знания при решении различных задач (ОК5);

метапредметных: готовность и способность к самостоятельной информационно - познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников (ОК4);

Задачи практической работы:

1. Ознакомиться с простейшими сведениями о корнях алгебраических уравнений, с понятиями исследования уравнений и систем уравнений.

2. Повторить запись решения стандартных уравнений, приемы преобразования уравнений для сведения к стандартному уравнению.

3. Решать квадратные уравнения, уравнения приводимые к квадратным

Обеспеченность занятия:

Учебно-методическая литература:

1. Богомолов Н.В. Математика: учеб. для ссузов / Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. - 9-е изд., стереотип. - М. : Дрофа, 2013. - 395, [5] с.: ил.

2. Богомолов Н.В. Сборник задач по математике: учеб. пособие для ссузов / Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. - 9-е изд., стереотип. - М. : Дрофа, 2012. - 204, [4] с.: ил.

3. Составитель Степанова Т.С. Алгебра. Весь школьный курс в таблицах / сост. Т.С. Степанова - Минск: Букмастер: Кузьма, 2012. - 2-е изд. - 288с.

Программное обеспечение: по данной теме не имеется. Учебники или конспекты.

Рабочая тетрадь: тетрадь в клетку 48 листов

Раздаточные материалы: инструкционные карты -1 на парту

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы:

Квадратное уравнение $ax^2 + bx + c = 0$

$$\text{Решение: } D = b^2 - 4ac; \quad x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

Возможны следующие случаи:

$$\text{➤ } a \neq 0, b \neq 0, c = 0 \Rightarrow ax^2 + bx = 0; \quad x \cdot (ax + b) = 0; \quad x_1 = 0, x_2 = -\frac{b}{a};$$

$$\text{➤ } a \neq 0, b = 0, c \neq 0 \Rightarrow ax^2 + c = 0; \quad ax^2 = -c; \quad x^2 = -\frac{c}{a^2}; \quad x_{1,2} =$$

$$\pm \sqrt{-\frac{c}{a^2}}.$$

Биквадратное уравнение $ax^4 + bx^2 + c = 0$

Решение: $x^2 = y$ и тогда получаем

$$ay^2 + by + c = 0; \Rightarrow D = b^2 - 4ac; \quad y_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}; \quad x_{1,2} = \pm \sqrt{y_1}; \quad x_{3,4} = \pm \sqrt{y_2}.$$

Разложение квадратного трехчлена на простые множители:

$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$, где x_1 и x_2 - корни квадратного уравнения.

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию

1. Какое уравнение называется полным квадратным уравнением? Как решить полное квадратное уравнение?

2. Частные случаи квадратного уравнения и их решения.

3. Какое уравнение называется биквадратным уравнением? Как решить биквадратное уравнение?

4. Формула разложения квадратного трехчлена на простые множители.

Инструкция по выполнению практической работы

Каждый вариант работы состоит из нескольких задач. Обучающийся должен решить задачи по варианту, номер которого укажет преподаватель.

При выполнении практических работ надо придерживаться следующих правил:

1. Практическую работу следует выполнять в тетради чернилами черного или синего цвета, оставляя поля.

2. На обложке тетради должны быть ясно написаны фамилия обучающегося, его инициалы, номер специальности, название дисциплины, номер подгруппы.

3. В заголовке работы должны быть указаны номер практической работы, тема практической работы, номер варианта.

4. В работу должны быть включены задачи, указанные в практической работе, строго по предложенному варианту.

5. Перед решением каждой задачи надо выписать полностью ее условие.

6. Решение задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые рисунки.

7. После получения проверенной работы, студент должен исправить все отмеченные ошибки.

Основные требования к обработке результатов расчетов и оформлению отчетов.

Отчет по практической работе должен содержать:

1. Номер и тему практической работы, номер варианта.

2. Номер задачи и ее условие.

3. Подробное решение каждой задачи.

4. Полный ответ к каждой задаче

Критериями оценки результатов работы студентов являются:

1. уровень усвоения студентом учебного материала;

2. умение студента использовать теоретические знания при выполнении практических задач;

3. сформированность ключевых (общеучебных) компетенций;

4. обоснованность и четкость изложения материала;

5. уровень оформления работы.

Задания для практической работы.

Вариант 1.

1. Разложите на множители квадратный трехчлен: $2x^2 - 3x - 2 =$

2. Решить уравнения:

а) $x^2 - 6x = 4x - 25$; б) $x^3 + x^2 - 4x - 4 = 0$; в) $(x + 5)(2x - \frac{1}{3}) = 0$; г) $x^4 + 25 = 26x^2$

Вариант 2

1. Разложите на множители квадратный трехчлен: $3x^2 + 2x - 1 =$

2. Решить уравнения:

а) $x(x+2) = 3$; б) $x^4 - 5x^2 + 6 = 0$; в) $(3x + 1)(6 - 4x) = 0$; г) $x^4 + x^3 + x + 1 = 0$;

Вариант 3.

1. Разложите на множители квадратный трехчлен: $x^2 - x - 30 =$

2. Решить уравнения:

а) $3x^2 + 9 = 12x - x^2$; б) $x^4 - 16 = 0$; в) $(3x + 18)(2 - x) = 0$ г) $x^4 + x^3 - x - 1 = 0$;

Вариант 4

1. Разложите на множители квадратный трехчлен: $3x^2 + 8x - 3 =$

2. Решить уравнения:

а) $x^2 + 2 = x + 2$; б) $3x^4 + x^3 - 12x^2 - 4x = 0$; в) $4 + \frac{21}{x} = x$

Вариант 5.

1. Разложите на множители квадратный трехчлен: $2x^2 + 5x - 3 =$

2. Решить уравнения:

а) $(x + 5)\left(2x - \frac{1}{3}\right) = 0$; б) $x^4 + 25 = 26x^2$; в) $3x^3 - 13x^2 + 13x - 3 = 0$; г) $x^6 - 729 = 0$

Вариант 6.

1. Разложите на множители квадратный трехчлен $x^2 + x - 42 =$

2. Решить уравнения:

а) $x^2 - 6x = 4x - 25$; б) $x^3 - 1 = 0$; в) $(x - 4)^2 + x^2 - 4 = 0$; г) $(6(10 - x)(3x + 4) = 0$

Раздел 1. Алгебра

Тема: 1.2. Алгебраические уравнения и неравенства

Практическая работа № 6 «Решение рациональных, иррациональных уравнений с одной переменной».

Учебная цель: применить навыки решения рациональных, иррациональных уравнений с одной переменной

Образовательные результаты, заявленные во ФГОС СПО:

Студент должен достичь следующих результатов:

личностных: готовность и способность к самостоятельной, творческой и ответственной деятельности (ОК8);

предметных: Обеспечения сформированности логического, алгоритмического и математического мышления (ОК 4); обеспечения сформированности умений применять полученные знания при решении различных задач (ОК5);

метапредметных: готовность и способность к самостоятельной информационно - познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников (ОК4);

Задачи практической работы:

1. Ознакомиться с простейшими сведениями о корнях алгебраических уравнений, с понятиями исследования уравнений и систем уравнений.

2. Повторить запись решения стандартных уравнений, приемы преобразования уравнений для сведения к стандартному уравнению.

3. Решать рациональные, иррациональные уравнения и системы.

Обеспеченность занятия:

Учебно-методическая литература:

1. Богомолов Н.В. Математика: учеб. для ссузов / Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. - 9-е изд., стереотип. - М. : Дрофа, 2013. - 395, [5] с.: ил.

2. Богомолов Н.В. Сборник задач по математике: учеб. пособие для ссузов / Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. - 9-е изд., стереотип. - М. : Дрофа, 2012. - 204, [4] с.: ил.

3. Составитель Степанова Т.С. Алгебра. Весь школьный курс в таблицах / сост. Т.С. Степанова - Минск: Букмастер: Кузьма, 2012. - 2-е изд. - 288с.

Программное обеспечение: по данной теме не имеется. Учебники или конспекты.

Рабочая тетрадь: тетрадь в клетку 48 листов

Раздаточные материалы: инструкционные карты -1 на парту

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы:

Квадратное уравнение $ax^2 + bx + c = 0$

$$\text{Решение: } D = b^2 - 4ac; x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

Возможны следующие случаи:

- $a \neq 0, b \neq 0, c = 0 \Rightarrow ax^2 + bx = 0; x \cdot (ax + b) = 0; x_1 = 0, x_2 = -\frac{b}{a};$
- $a \neq 0, b = 0, c \neq 0 \Rightarrow ax^2 + c = 0; ax^2 = -c; x^2 = -\frac{c}{a^2}; x_{1,2} = \pm \sqrt{-\frac{c}{a^2}}.$

Биквадратное уравнение. $ax^4 + bx^2 + c = 0$

Решение: $x^2 = y$ и тогда получаем

$$ay^2 + by + c = 0; \Rightarrow D = b^2 - 4ac; y_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}; x_{1,2} = \pm \sqrt{y_1}; x_{3,4} = \pm \sqrt{y_2}.$$

Разложение квадратного трехчлена на простые множители:

$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$, где x_1 и x_2 - корни квадратного уравнения.

$$\checkmark \quad a \neq 0, b = 0, c \neq 0 \Rightarrow ax^2 + c = 0; ax^2 = -c; x^2 = -\frac{c}{a^2}; x_{1,2} = \pm \sqrt{-\frac{c}{a^2}}.$$

Иррациональные уравнения – это уравнения, содержащие переменную под знаком корня.

Решаются с помощью перехода к рациональным уравнениям или системам путем возведения обеих частей уравнения в степень или введения одной или нескольких новых переменных.

При возведении в четную степень возможно появление посторонних корней. Поэтому обязательно нужно выполнять проверку, подставляя полученные корни в исходное уравнение.

Проверка часто упрощается, если найти ОДЗ уравнения. Посторонними будут корни, не принадлежащие ОДЗ.

Пример 1.

$$\sqrt[3]{x^3 - x} = x + 1 \Leftrightarrow x^3 - x = (x + 1)^3; x^3 - x = x^3 + 3x^2 + 3x + 1; x^3 - x - x^3 - 3x^2 - 3x - 1 = 0;$$

$$3x^2 - 4x - 1 = 0; D = (-4)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-1) = 16 - 12 = 4; x_{1,2} = \frac{-(-4) \pm \sqrt{4}}{2 \cdot 3}; x_1 = 1; x_2 = \frac{2}{3}; x = 1 \text{ корень лишний}$$

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию

1. Какое уравнение называется полным квадратным уравнением? Как решить полное квадратное уравнение?
2. Частные случаи квадратного уравнения и их решения.
3. Какое уравнение называется биквадратным уравнением? Как решить биквадратное уравнение?
4. Формула разложения квадратного трехчлена на простые множители.
5. Какое уравнение называется иррациональным и как найти его решение?

Инструкция по выполнению практической работы

Каждый вариант работы состоит из нескольких задач. Обучающийся должен решить задачи по варианту, номер которого укажет преподаватель.

При выполнении практических работ надо придерживаться следующих правил:

1. Практическую работу следует выполнять в тетради чернилами черного или синего цвета, оставляя поля.

2. На обложке тетради должны быть ясно написаны фамилия обучающегося, его инициалы, номер специальности, название дисциплины, номер подгруппы.

3. В заголовке работы должны быть указаны номер практической работы, тема практической работы, номер варианта.

4. В работу должны быть включены задачи, указанные в практической работе, строго по предложенному варианту.

5. Перед решением каждой задачи надо выписать полностью ее условие.

6. Решение задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые рисунки.

7. После получения проверенной работы, студент должен исправить все отмеченные ошибки.

Основные требования к обработке результатов расчетов и оформлению отчетов.

Отчет по практической работе должен содержать:

1. Номер и тему практической работы, номер варианта.

2. Номер задачи и ее условие.

3. Подробное решение каждой задачи.

4. Полный ответ к каждой задаче

Критериями оценки результатов работы студентов являются:

1. уровень усвоения студентом учебного материала;

2. умение студента использовать теоретические знания при выполнении практических задач;

3. сформированность ключевых (общеучебных) компетенций;

4. обоснованность и четкость изложения материала;

5. уровень оформления работы.

Задания для практической работы.

Вариант 1.

1. Решить уравнения:

$$a) \frac{2}{x-3} = \frac{7}{x+1} \quad б) \frac{4}{2x-1} + \frac{7}{2x+1} - \frac{30}{4x^2-1} = 0; \quad в) x + \sqrt{25-x^2} = 7;$$

Вариант 2

1. Решить уравнения:

$$a) \frac{x}{2x+6} = \frac{2}{x}; \quad б) \frac{x+3}{x-2} - \frac{x-3}{x+2} = \frac{4(2x-1)}{x^2-4}; \quad в) x + \sqrt{x+1} = 11;$$

Вариант 3

1. Решить уравнения:

$$a) \frac{6}{x} + \frac{6}{x+1} = 5; \quad б) \frac{6x+1}{9(x+2)} = \frac{4(x-1)}{6x+5}; \quad в) \sqrt{12+x} = \sqrt{7x+8} - 2;$$

Вариант 4

1. Решить уравнения:

$$a) 4 + \frac{21}{x} = x; \quad б) \frac{9x^2-3x-15}{15x^2+x-25} = \frac{3}{5}; \quad в) x - \sqrt{25-x^2} = 1;$$

Вариант 5.

1. Решить уравнения:

$$a) \frac{x}{2-x} = \frac{1}{x}; \quad б) \frac{18+x}{7} - \frac{x-10}{3} = \frac{6x+24}{2+x} - \frac{23+4x}{21}; \quad в) \sqrt{x^2-x} = \sqrt{2};$$

Вариант 6.

1. Решить уравнения:

а) $6 + \frac{7}{x} = x$; б) $\frac{6x^2 5x - 3}{8x^2 7x - 4} = \frac{3}{4}$; в) $\sqrt{x-1} - \sqrt{2x-9} = -1$;

Раздел 1. Алгебра

Тема 1.2. Алгебраические уравнения и неравенства

Практическая работа № 8 «Решение линейных неравенств, системы линейных неравенств с одной переменной.»

Учебная цель: применить навыки решения линейных неравенств, системы линейных неравенств с одной переменной.

Образовательные результаты, заявленные во ФГОС СПО:

Студент должен достичь следующих результатов:

личностных: готовность и способность к самостоятельной, творческой и ответственной деятельности; (ОК8)

предметных: Обеспечения сформированности логического, алгоритмического и математического мышления (ОК 4); обеспечения сформированности умений применять полученные знания при решении различных задач (ОК5);

метапредметных: готовность и способность к самостоятельной информационно - познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников (ОК 4);

Задачи практической работы:

1. Ознакомиться с общими вопросами решения неравенств
2. Решать неравенства и системы неравенств, применяя различные способы.

Обеспеченность занятия:

Учебно-методическая литература:

1. Богомолов Н.В. Математика: учеб. для ссузов / Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. - 9-е изд., стереотип. – М. : Дрофа, 2013. – 395, [5] с.: ил.
2. Богомолов Н.В. Сборник задач по математике: учеб. пособие для ссузов / Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. - 9-е изд., стереотип. – М. : Дрофа, 2012 – 204, [4] с.: ил.
3. Составитель Степанова Т.С. Алгебра. Весь школьный курс в таблицах/ сост. Т.С. Степанова – Минск: Букмастер: Кузьма, 2012.- 2-е изд.-288с.

Программное обеспечение: по данной теме не имеется. Учебники или конспекты.

Рабочая тетрадь: тетрадь в клетку 48 листов

Раздаточные материалы: инструкционные карты -1 на парту

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы:

При решении неравенств используют следующие правила:

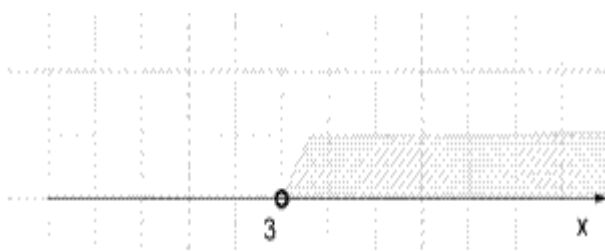
1. Любой член неравенства можно перенести из одной части неравенства в другую с противоположным знаком, при этом знак неравенства не меняется.
2. Обе части неравенства можно умножить или разделить на одно и то же положительное число, не изменив при этом знак неравенства.
3. Обе части неравенства можно умножить или разделить на одно и то же отрицательное число, изменив при этом знак неравенства на противоположный.

Пример:

Решить неравенство $-8x + 11 < -3x - 4$.

Решение.

$$-8x+3x < -4-11; \quad -5x < -15; \quad -5x < -15 : (-5) \quad x > -15 : (-5); \quad x > 3$$



$$x \in (3; +\infty)$$

Ответ: $x > 3$ или $x \in (3; +\infty)$

Контрольные вопросы:

1. Как решаются линейные неравенства?
2. Как решить систему линейных неравенств?

Инструкция по выполнению практической работы

Каждый вариант работы состоит из нескольких задач. Обучающийся должен решить задачи по варианту, номер которого укажет преподаватель.

При выполнении практических работ надо придерживаться следующих правил:

1. Практическую работу следует выполнять в тетради чернилами черного или синего цвета, оставляя поля.
2. На обложке тетради должны быть ясно написаны фамилия обучающегося, его инициалы, номер специальности, название дисциплины, номер подгруппы.
3. В заголовке работы должны быть указаны номер практической работы, тема практической работы, номер варианта.
4. В работу должны быть включены задачи, указанные в практической работе, строго по предложенному варианту.
5. Перед решением каждой задачи надо выписать полностью ее условие.
6. Решение задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые рисунки.
7. После получения проверенной работы, студент должен исправить все отмеченные ошибки.

Основные требования к обработке результатов расчетов и оформлению отчетов.

Отчет по практической работе должен содержать:

1. Номер и тему практической работы, номер варианта.
2. Номер задачи и ее условие.
3. Подробное решение каждой задачи.
4. Полный ответ к каждой задаче

Критериями оценки результатов работы студентов являются:

1. уровень усвоения студентом учебного материала;
2. умение студента использовать теоретические знания при выполнении практических задач;
3. сформированность ключевых (общеучебных) компетенций;
4. обоснованность и четкость изложения материала;
5. уровень оформления работы.

Задания для практической работы.

Решить неравенства:

Вариант 1.

$$\begin{array}{lll} \text{а) } \frac{4x+13}{10} - \frac{5+2x}{4} \geq \frac{6-7x}{20} - 1; & \text{б) } 18 - 8(x-2) < 10 - 4x; & \text{в) } \begin{cases} 5x+12 \leq 5x+20, \\ x < 2x+3, \\ 2x+7 \geq 0. \end{cases} \end{array}$$

Вариант 2.

а) При каких значениях y значения выражения $15+y$ меньше значений выражения $16 -$

$$\begin{array}{ll} \text{б) } \begin{cases} 3x-4 < x-3, \\ 5x \leq 0, \\ \frac{x}{2} > -1. \end{cases} & \text{в) } 4 - \frac{3x}{2} > \frac{13}{8} - \frac{1}{6}(4x-3) \end{array}$$

Вариант 3.

$$\begin{array}{lll} \text{а) } 3x+5 \geq 9x-(5-2x); & \text{б) } x + \frac{2x-1}{5} - \frac{x-2}{3} > \frac{13x-1}{15}; & \text{в) } \begin{cases} 2y+3 > 1, \\ 4-y > 2. \end{cases} \end{array}$$

Вариант 4.

$$\begin{array}{lll} \text{а) } 14 - (4+2x) > 1+x; & \text{б) } \begin{cases} 2x+7 < 4x-3, \\ 18+x > 2-x. \end{cases} & \text{в) } \frac{2x+1}{5} - \frac{2-x}{3} > 2. \end{array}$$

Вариант 5.

$$\begin{array}{lll} \text{а) } 2(x-1) > 5x-4(2x+1); & \text{б) } \frac{5x}{4} - \frac{6x-1}{8} < \frac{4x+1}{12} - \frac{1}{6}. & \text{в) } \begin{cases} 2x+1 \geq 0, \\ x > 3x-1, \\ 5x-6 < 3x+6. \end{cases} \end{array}$$

Вариант 6.

$$\begin{array}{lll} \text{а) } \frac{2x-7}{6} + \frac{7x-2}{3} \leq 3 - \frac{1-x}{2}; & \text{б) } 10x - 3(4-2x) < 16+20 & \text{в) } \begin{cases} 2y+3 > 1, \\ 4-y > 2. \end{cases} \end{array}$$

Раздел 1. Алгебра

Тема 1.2. Алгебраические уравнения и неравенства

Практическая работа № 9 «Решение квадратных неравенств с одной переменной»

Учебная цель: применить навыки решения квадратных неравенств с одной переменной.

Образовательные результаты, заявленные во ФГОС СПО:

Студент должен достичь следующих результатов:

личностных: готовность и способность к самостоятельной, творческой и ответственной деятельности; (ОК8)

предметных: Обеспечения сформированности логического, алгоритмического и математического мышления (ОК 4); обеспечения сформированности умений применять полученные знания при решении различных задач (ОК5);

метапредметных: готовность и способность к самостоятельной информационно - познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников (ОК 4);

Задачи практической работы:

1. . Ознакомиться с общими вопросами решения неравенств
2. Решать неравенства и системы неравенств, применяя различные способы.

Обеспеченность занятия:

Учебно-методическая литература:

4. Богомолов Н.В. Математика: учеб.для ссузов / Н.В.Богомолов, П.И.Самойленко. - 9-е изд., стереотип. – М. : Дрофа, 2013. – 395,[5] с.: ил.
5. Богомолов Н.В. Сборник задач по математике: учеб.пособие для ссузов / Н.В.Богомолов, П.И.Самойленко. - 9-е изд.,стереотип. – М. : Дрофа, 2012– 204, [4] с.: ил.
6. Составитель Степанова Т.С. Алгебра. Весь школьный курс в таблицах/ сост.Т.С. Степанова – Минск: Букмастер: Кузьма, 2012.- 2-е изд.-288с.

Программное обеспечение: по данной теме не имеется. Учебники или конспекты.

Рабочая тетрадь: тетрадь в клетку 48 листов

Раздаточные материалы: инструкционные карты -1 на парту

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы:

При решении неравенств используют следующие правила:

1. Любой член неравенства можно перенести из одной части неравенства в другую с противоположным знаком, при этом знак неравенства не меняется.
2. Обе части неравенства можно умножить или разделить на одно и то же положительное число, не изменив при этом знак неравенства.
3. Обе части неравенства можно умножить или разделить на одно и то же отрицательное число, изменив при этом знак неравенства на противоположный.

Алгоритм решения квадратных неравенств.

1. Подготавливаем неравенство к решению путём тождественных преобразований. Если неравенство уже готово, этот пункт пропускаем.
2. Делаем из неравенства уравнение. Решаем его, находим корни.
3. Рисуем ось X, отмечаем точками корни уравнения. Если исходное неравенство нестрогое, точки - черные (закрашенные). Если строгое - белые (пустые внутри).
4. Схематично рисуем параболу по исходному выражению.
5. Определяем области +/- на рисунке. Выбираем нужные области по исходному неравенству и записываем ответ.

Решить неравенство:

$$x^2 - 8x + 12 \geq 0$$

1 шаг. Делаем из неравенства уравнение:

$$x^2 - 8x + 12 = 0$$

Решаем это уравнение.

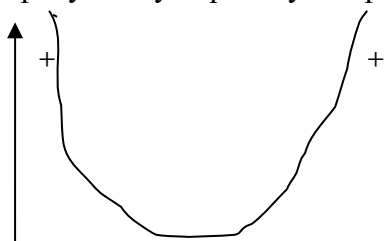
Решаем через дискриминант. Получаем корни:

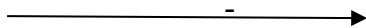
$$x_1 = 2 ; x_2 = 6$$

2 шаг. Квадратные неравенства, как правило, решаются графически.

Итак, на первом шаге мы из неравенство сделали уравнение. Решили его. На втором шаге из уравнения сделаем параболу: $y = x^2 - 8x + 12$

Нарисуем эту параболу на графике. Вот такая она получится:





Точки 2 и 6 - это корни уравнения $x^2 - 8x + 12 = 0$,
Смотрим на исходное неравенство: $x^2 - 8x + 12 \geq 0$

Нам нужно найти все x ы, при которых выражение в левой части неравенства больше, либо равно нулю. Смотрим на график и видим, что это условие выполняется в областях, где стоит знак "+", (игрек больше нуля) и в точках $x=2$ и $x=6$ (игрек равен нулю).

Остаётся просто записать ответ.

Вот и записываем окончательный ответ:

$$x \in (-\infty; 2] \cup [6; +\infty)$$

Контрольные вопросы:

1. Как решаются квадратные неравенства?

Инструкция по выполнению практической работы

Каждый вариант работы состоит из нескольких задач. Обучающийся должен решить задачи по варианту, номер которого укажет преподаватель.

При выполнении практических работ надо придерживаться следующих правил:

1. Практическую работу следует выполнять в тетради чернилами черного или синего цвета, оставляя поля.

2. На обложке тетради должны быть ясно написаны фамилия обучающегося, его инициалы, номер специальности, название дисциплины, номер подгруппы.

3. В заголовке работы должны быть указаны номер практической работы, тема практической работы, номер варианта.

4. В работу должны быть включены задачи, указанные в практической работе, строго по предложенному варианту.

5. Перед решением каждой задачи надо выписать полностью ее условие.

6. Решение задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые рисунки.

7. После получения проверенной работы, студент должен исправить все отмеченные ошибки.

Основные требования к обработке результатов расчетов и оформлению отчетов.

Отчет по практической работе должен содержать:

1. Номер и тему практической работы, номер варианта.

2. Номер задачи и ее условие.

3. Подробное решение каждой задачи.

4. Полный ответ к каждой задаче

Критериями оценки результатов работы студентов являются:

1. уровень усвоения студентом учебного материала;

2. умение студента использовать теоретические знания при выполнении практических задач;

3. сформированность ключевых (общеучебных) компетенций;

4. обоснованность и четкость изложения материала;

5. уровень оформления работы.

Задания для практической работы.

Решить неравенства:

Вариант 1.

а) $x^2 + 4x - 5 \leq 0$; б) $x^2 - 225 > 0$; в) $x^2 - 10x < 0$;

Вариант 2.

$$a) 4 - x^2 > (2 + x)^2; \quad б) 2x^2 \leq 32 \quad в) x^2 - 8x > 0;$$

Вариант 3.

$$a) 2x^2 - 3x - 5 > 0; \quad б) 4x^2 - 1 < 0; \quad в) x^6 - 3x^3 \leq 0;$$

Вариант 4.

$$a) 4x(x - 1) > 3; \quad б) 16 - x^2 > 0; \quad в) 2x^2 - 2x^4 < 0;$$

Вариант 5.

$$a) -x^2 - x + 12 > 0; \quad б) x^2 - 169 > 0; \quad в) x^3 + 5x^2 \geq 0$$

Вариант 6.

$$a) -x^2 + 10x - 16 > 0; \quad б) x^2 - 25 \leq 0; \quad в) 6x^2 - 12x^3 \geq 0$$

Раздел 1. Алгебра

Тема 1.2. Алгебраические уравнения и неравенства

Практическая работа № 10 «Решение дробно-рациональных неравенств методом интервалов»

Учебная цель: применить навыки в решение рациональных неравенств методом интервалов

Образовательные результаты, заявленные во ФГОС СПО:

Студент должен достичь следующих результатов:

личностных: готовность и способность к самостоятельной, творческой и ответственной деятельности; (ОК8)

предметных: Обеспечения сформированности логического, алгоритмического и математического мышления (ОК 4); обеспечения сформированности умений применять полученные знания при решении различных задач (ОК5)

метапредметных: готовность и способность к самостоятельной информационно - познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников; (ОК4)

Задачи практической работы:

1. Ознакомиться с общими вопросами решения неравенств методом интервалов.
2. Решать неравенства и системы неравенств, применяя различные методы.

Обеспеченность занятия:

Учебно-методическая литература:

Учебно-методическая литература:

1. Богомолов Н.В. Математика: учеб. для ссузов / Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. - 9-е изд., стереотип. - М. : Дрофа, 2013. - 395, [5] с.: ил.
2. Богомолов Н.В. Сборник задач по математике: учеб. пособие для ссузов / Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. - 9-е изд., стереотип. - М. : Дрофа, 2012. - 204, [4] с.: ил.
3. Составитель Степанова Т.С. Алгебра. Весь школьный курс в таблицах / сост. Т.С. Степанова - Минск: Букмастер: Кузьма, 2012. - 2-е изд. - 288с.

Программное обеспечение: по данной теме не имеется. Учебники или конспекты.

Рабочая тетрадь: тетрадь в клетку 48 листов

Раздаточные материалы: инструкционные карты -1 на парту, линейки, карандаш

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы:

Метод интервалов для решения квадратных неравенств

Суть метода интервалов будет пояснена на примерах:

Пример 1. Решить неравенство: $x^2 - 5x + 6 \geq 0$.

Разложим квадратный трехчлен на сомножители.

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$D = 5^2 - 4 \cdot 6 \cdot 1 = 25 - 24 = 1$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm 1}{2}$$

$$x_1 = 3; x_2 = 2$$

$$x^2 - 5x + 6 = (x - 3)(x - 2)$$

Неравенство примет вид:

$$(x - 3)(x - 2) \geq 0$$

Равенство нулю: $(x - 3)(x - 2) = 0$ — при $x_1 = 3; x_2 = 2$. Точки, удовлетворяющие неравенству обозначаются закрашенными, а неудовлетворяющие – незакрашенными.



Окончательный ответ: $x \leq 2; x \geq 3$

Пример 2: Решить неравенство $x^2 + 4x + 3 < 0$.

Краткое оформление решения:

$$x^2 + 4x + 3 = 0$$

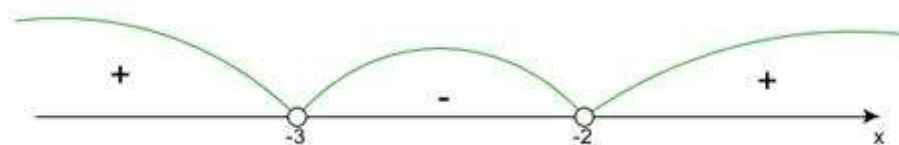
$$D = 4^2 - 4 \cdot 3 \cdot 1 = 16 - 12 = 4 = 2^2$$

$$x_{1,2} = \frac{-4 \pm 2}{2}$$

$$x_1 = -3; x_2 = -2$$

$$x^2 + 4x + 3 = (x + 3)(x + 2)$$

$$(x + 3)(x + 2) < 0$$



$$-3 < x < -2$$

Ответ: $-3 < x < -2$.

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию

1. Как решаются рациональные неравенства методом интервалов?

Инструкция по выполнению практической работы

Каждый вариант работы состоит из нескольких задач. Обучающийся должен решить задачи по варианту, номер которого укажет преподаватель.

При выполнении практических работ надо придерживаться следующих правил:

1. Практическую работу следует выполнять в тетради чернилами черного или синего цвета, оставляя поля.
2. На обложке тетради должны быть ясно написаны фамилия обучающегося, его, номер специальности, название дисциплины, номер подгруппы.
3. В заголовке работы должны быть указаны номер практической работы, тема практической работы, номер варианта.
4. В работу должны быть включены задачи, указанные в практической работе, строго по предложенному варианту.
5. Перед решением каждой задачи надо выписать полностью ее условие.
6. Решение задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые рисунки.
7. После получения проверенной работы, студент должен исправить все отмеченные ошибки.

Основные требования к обработке результатов расчетов и оформлению отчетов.

Отчет по практической работе должен содержать:

1. Номер и тему практической работы, номер варианта.
2. Номер задачи и ее условие.
3. Подробное решение каждой задачи.
4. Полный ответ к каждой задаче

Критериями оценки результатов работы студентов являются:

1. уровень усвоения студентом учебного материала;
2. умение студента использовать теоретические знания при выполнении практических задач;
3. сформированность ключевых (общеучебных) компетенций;
4. обоснованность и четкость изложения материала;
5. уровень оформления работы.

Задания для практической работы.

Решить неравенства:

Вариант 1.

а) $x^2 - x \leq 0$; б) $\frac{x^2 + x - 12}{x + 1} < 0$; в) $(x+3)(x-2) > 0$.

Вариант 2.

а) $\frac{(1-x)(5-x)}{x^3 + 6x^2 + 12x + 8} < 0$; б) $x^3 - x \geq 0$; в) $(x-3)(x+1) \geq 0$.

Вариант 3.

а) $(x+1)^2 \cdot (x-1) \leq 0$; б) $\frac{x^2 - 5x + 6}{(x+1)(1-x)} \geq 0$; в) $(x-1)(x+5) \leq 0$.

Вариант 4.

а) $(x-3)(x+2) > 0$; б) $(x-1)(x^2 - 7x + 10) < 0$; в) $\frac{(x-1)(2x-5)}{2-x} < 0$.

Вариант 5.

а) $(x - 2)(x + 4) \leq 0$; б) $\frac{x^2 + x - 12}{1 + x} > 0$; в) $(x^2 - 4)(x + 1)^2 \leq 0$.

Вариант 6.

а) $\frac{(x - 1)(x + 4)}{(2 - x)^2} \leq 0$; б) $(4 - x^2)(x^2 - x - 2) \geq 0$; в) $(x - 1)(x - 2) \geq 0$.

Раздел 1. Алгебра

Тема 1.3. Показательная, степенная и логарифмическая функции

Практическая работа № 11 ««Вычисление степени с произвольным действительным показателем»

Учебная цель: применить навыки в вычисление степени с произвольным действительным показателем»

Образовательные результаты, заявленные во ФГОС СПО:

Студент должен достичь следующих результатов:

личностных: готовность и способность к самостоятельной, творческой и ответственной деятельности; (ОК8)

предметных: Обеспечения сформированности логического, алгоритмического и математического мышления; (ОК 4) обеспечения сформированности умений применять полученные знания при решении различных задач (ОК5)

метапредметных: готовность и способность к самостоятельной информационно - познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников; (ОК4)

Задачи практической работы:

1. Ознакомиться с понятием степени с действительным показателем.
2. Находить значения степени. Формулировать свойства степеней. Вычислять степени с рациональным показателем.
3. Преобразовывать числовые и буквенные выражения, содержащие степени, применяя свойства.

Обеспеченность занятия:

1. Учебно-методическая литература:

Учебно-методическая литература:

1. Богомолов Н.В. Математика: учеб. для ссузов / Н.В.Богомолов, П.И.Самойленко. - 9-е изд., стереотип. – М. : Дрофа, 2013. – 395, [5] с.: ил.
2. Богомолов Н.В. Сборник задач по математике: учеб. пособие для ссузов / Н.В.Богомолов, П.И.Самойленко. - 9-е изд., стереотип. – М. : Дрофа, 2012. – 204, [4] с.: ил.
3. Составитель Степанова Т.С. Алгебра. Весь школьный курс в таблицах/ сост. Т.С. Степанова – Минск: Букмастер: Кузьма, 2012.- 2-е изд.-288с.

3. Программное обеспечение: по данной теме не имеется. Учебники или конспекты.

4. Рабочая тетрадь: тетрадь в клетку 48 листов

5. Раздаточные материалы: инструкционные карты -1 на парту

6.Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы:

1). Главные алгебраические тождества – формулы сокращенного умножения

1. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$;
2. $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$;
3. $(a \pm b \pm c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 \pm 2ab \pm 2ac + 2bc$;
4. $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$;
5. $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$;
6. $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$;
7. $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$;
8. $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$;

2). Возведение в степень как действие, свойства степеней

Определение степени.

$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \dots a}_n = b$ где $a^n = b$ – степень числа a ;

n – раз, a – основание степени;

n – показатель степени.

Свойства степеней:

1. $a^0 = 1$;
2. $a^1 = a$;
3. $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$;
4. $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$;
5. $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$;
6. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$;
7. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$;
8. $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$;
9. $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$;
10. $a^{\frac{n}{m}} = \sqrt[m]{a^n}$.

Примечание: Формулы 3 – 9 истинны для любого рационального (дробного) показателя, формула 10 истина для любого основания, кроме $a = 0$.

Пример 1. Вычислить: $\frac{15^3 \cdot 21^2}{35^2 \cdot 3^4}$

$$\frac{15^3 \cdot 21^2}{35^2 \cdot 3^4} = \frac{(5 \cdot 3)^3 \cdot (3 \cdot 7)^2}{(5 \cdot 7)^2 \cdot 3^4} = \frac{5^3 \cdot 3^3 \cdot 3^2 \cdot 7^2}{5^2 \cdot 7^2 \cdot 3^4} = \frac{5^3 \cdot 3^5 \cdot 7^2}{5^2 \cdot 7^2 \cdot 3^4} = 5 \cdot 3 = 15$$

Пример 2. Вычислить: $\frac{18^{-3} \cdot 3^7}{2^{-5}}$;

$$\frac{18^{-3} \cdot 3^7}{2^{-5}} = \frac{2^5 \cdot 3^7}{18^3} = \frac{2^5 \cdot 3^7}{(2 \cdot 9)^3} = \frac{2^5 \cdot 3^7}{2^3 \cdot (3^2)^3} = \frac{2^5 \cdot 3^7}{2^3 \cdot 3^6} = 2^2 \cdot 3 = 4 \cdot 3 = 12$$

Пример 3. Упростить: $\frac{(ab)^4}{(a^{-2} \cdot b^3)^{-3}}$

$$\frac{(ab)^4}{(a^{-2} \cdot b^3)^{-3}} = \frac{a^4 \cdot b^4}{(a^{-2})^{-3} \cdot (b^3)^{-3}} = \frac{a^4 \cdot b^4}{a^6 \cdot b^{-9}} = \frac{b^{13}}{a^2}$$

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию

1. Дать определение степени числа.
2. Сформулировать свойства степеней с произвольным показателем.
3. Сформулировать свойства корней.

Инструкция по выполнению практической работы

Каждый вариант работы состоит из нескольких задач. Обучающийся должен решить задачи по варианту, номер которого укажет преподаватель.

При выполнении практических работ надо придерживаться следующих правил:

1. Практическую работу следует выполнять в тетради чернилами черного или синего цвета, оставляя поля.
2. На обложке тетради должны быть ясно написаны фамилия обучающегося, его номер специальности, название дисциплины, номер подгруппы.
3. В заголовке работы должны быть указаны номер практической работы, тема практической работы, номер варианта.
4. В работу должны быть включены задачи, указанные в практической работе, строго по предложенному варианту.
5. Перед решением каждой задачи надо выписать полностью ее условие.
6. Решение задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые рисунки.
7. После получения проверенной работы, студент должен исправить все отмеченные ошибки.

Основные требования к обработке результатов расчетов и оформлению отчетов.

Отчет по практической работе должен содержать:

1. Номер и тему практической работы, номер варианта.
2. Номер задачи и ее условие.
3. Подробное решение каждой задачи.
4. Полный ответ к каждой задаче

Критериями оценки результатов работы студентов являются:

1. уровень усвоения студентом учебного материала;
2. умение студента использовать теоретические знания при выполнении практических задач;
3. сформированность ключевых (общеучебных) компетенций;
4. обоснованность и четкость изложения материала;
5. уровень оформления работы.

Задания для практической работы.

Вариант 1.

1. Представьте выражение в виде степени и найдите его значение при заданном значении переменной: $(m^{-6})^{-2} \cdot m^{-14}$ при $m = \frac{1}{4}$;

2. Вычислить: $\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot 25^{\frac{1}{2}} - 81^{\frac{1}{2}} \cdot 125^{-\frac{1}{3}} =$

3. Выполнить действия: $\frac{2a^3x^5}{3b^2y^4} \cdot \frac{6ay^3}{5bx^4} \cdot \frac{by}{a^2x^2} =$

4. Упростить выражения: $\frac{a-b}{a^{\frac{1}{3}}-b^{\frac{1}{3}}} - \frac{a+b}{a^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{1}{3}}} =$

Вариант 2.

1. Представьте выражение в виде степени и найдите его значение при заданном значении

переменной: $\frac{a^5 \cdot a^{-6}}{a^{-2}}$ при $a = 6$;

2. Вычислить: $\frac{8^{\frac{2}{3}} \cdot 25^{\frac{1}{2}} - 2^{-1}}{64^{\frac{1}{4}} \cdot 2^{\frac{1}{2}}}$

3. Выполнить действия: $\left(\frac{9x^2}{4y^{-2}}\right)^{-\frac{1}{2}} =$

4. Упростить выражения: $\frac{a^{\frac{3}{2}} - b^{\frac{3}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{a - b}{a + a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}} + b} + 2a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}} =$

Вариант 3.

1. Представьте выражение в виде степени и найдите его значение при заданном значении

переменной: $(t^{-2})^2 \cdot \frac{1}{t^{-5}}$ при $t = 0,1$;

2. Вычислить: $\left[\left(\frac{1}{25}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot 7^{-1} - \left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{1}{3}} \cdot 2^{-2}\right] : 49^{-\frac{1}{2}} =$

3. Выполнить действия: $\frac{2a^3b^8c^4}{3x^3y^4z^8} : \frac{4a^2b^8c^5}{5x^3y^3z^4} =$

4. Упростить выражения: $\frac{m - n}{m^{\frac{1}{2}} - n^{\frac{1}{2}}} - \frac{m^{\frac{3}{2}} - n^{\frac{3}{2}}}{m - n} =$

Вариант 4.

1. Представьте выражение в виде степени и найдите его значение при заданном значении

переменной: $\frac{p^{-9}}{p^{-2} \cdot p^{-5}}$ при $p = \frac{1}{2}$;

2. Вычислить: $49^{-\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^{-2} + 2^{-1} \cdot (-2)^{-2} =$

3. Выполнить действия: $\frac{4a^7b^4}{5c^4d^3} \cdot \frac{15bc^3}{8a^6d^2} \cdot \frac{2cd}{3ab} =$

4. Упростить выражения: $\frac{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}} - \frac{a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}} + \frac{b}{a - a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}} =$

Вариант 5.

1. Представьте выражение в виде степени и найдите его значение при заданном значении

переменной: $\frac{b^{-9}}{(b^2)^{-3}}$ при $b = \frac{1}{2}$;

2. Вычислить: $\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot 16^{\frac{1}{2}} - 2^{-1} \cdot \left(\frac{1}{25}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot 8^{\frac{1}{3}} =$

3. Выполнить действия: $\left(\frac{8c^{-3}}{27b^6}\right)^{-\frac{1}{3}} =$

4. Упростить выражения: $\frac{a-b}{a^{\frac{3}{4}} + a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{4}}} - \frac{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{4}} + b^{\frac{1}{4}}} =$

Вариант 6.

1. Представьте выражение в виде степени и найдите его значение при заданном значении переменной: $(c^{-6} \cdot c^5)^{-1}$ при $c = \frac{1}{3}$.

2. Вычислить: $216^{-\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^{-2} - 5^{-1} \cdot \left(\frac{1}{25}\right)^{-\frac{1}{2}} =$

3. Выполнить действия: $\frac{4a^5x^3y}{5b^3cz^4} : \frac{8a^6x^3y^4}{3bc^2z^4} =$

4. Упростить выражения: $\left(\frac{q^{\frac{1}{2}}}{p - p^{\frac{1}{2}}q^{\frac{1}{2}}} + \frac{p^{\frac{1}{2}}}{q - p^{\frac{1}{2}}q^{\frac{1}{2}}}\right) \cdot \frac{pq^{\frac{1}{2}} + p^{\frac{1}{2}}q}{p - q} =$

Раздел 1. Алгебра

Тема 1.3. Показательная, степенная и логарифмическая функции

Практическая работа № 12 « Преобразование выражений, содержащих радикалы»

Учебная цель: применить навыки в преобразовании выражений, содержащих радикалы.

Образовательные результаты, заявленные во ФГОС СПО:

Студент должен достичь следующих результатов:

личностных: готовность и способность к самостоятельной, творческой и ответственной деятельности; (ОК8)

предметных: Обеспечения сформированности логического, алгоритмического и математического мышления; (ОК 4) обеспечения сформированности умений применять полученные знания при решении различных задач (ОК5)

метапредметных: готовность и способность к самостоятельной информационно - познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников; (ОК4)

Задачи практической работы:

1. Ознакомиться с понятием корня n -й степени, свойствами радикалов и с правилами сравнения корней.

2. Записывать корень n -й степени в виде степени с дробным показателем и наоборот. Вычислять степени с рациональным показателем.
3. Преобразовывать числовые и буквенные выражения, содержащие корни, применяя свойства.

Обеспеченность занятия:

1. Учебно-методическая литература:

Учебно-методическая литература:

4. Богомолов Н.В. Математика: учеб. для ссузов / Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. - 9-е изд., стереотип. – М. : Дрофа, 2013. – 395, [5] с.: ил.
5. Богомолов Н.В. Сборник задач по математике: учеб. пособие для ссузов / Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. - 9-е изд., стереотип. – М. : Дрофа, 2012. – 204, [4] с.: ил.
6. Составитель Степанова Т.С. Алгебра. Весь школьный курс в таблицах / сост. Т.С. Степанова – Минск: Букмастер: Кузьма, 2012.- 2-е изд.-288с.

3. Программное обеспечение: по данной теме не имеется. Учебники или конспекты.

4. Рабочая тетрадь: тетрадь в клетку 48 листов

5. Раздаточные материалы: инструкционные карты -1 на парту

6. Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы:

1). Главные алгебраические тождества – формулы сокращенного умножения

1. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$;
2. $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$;
3. $(a \pm b \pm c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 \pm 2ab \pm 2ac + 2bc$;
4. $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$;
5. $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$;
6. $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$;
7. $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$;
8. $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$;

2). Извлечение корня как действие, свойства корней.

Если $a^n = b$ – некоторая степень, то действие, с помощью которого по степени b и показателю n находится основание a , называется извлечение корня.

Записывается это действие так: $a = \sqrt[n]{b}$, здесь $n = 2, 3, 4, 5, \dots k$.

Свойства корней

1. $\sqrt[n]{a \cdot b \cdot c \cdot \dots \cdot m} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} \cdot \sqrt[n]{c} \cdot \dots \cdot \sqrt[n]{m}$;
2. $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$;
3. $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$;
4. $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$;
5. $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$;
6. $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$;
7. $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[m]{b} = \sqrt[n \cdot m]{a^m \cdot b^n}$;
8. $\frac{1}{\sqrt[n]{a^m}} = a^{-\frac{m}{n}}$.

Пример 4. Вычислить: $\sqrt[3]{216 \cdot 0,001} = \sqrt[3]{6^3 \cdot (0,1)^3} = \sqrt[3]{(6 \cdot 0,1)^3} = 6 \cdot 0,1 = 0,6$

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию

1. Дать определение корня числа.
2. Сформулировать свойства корней.

Инструкция по выполнению практической работы

Каждый вариант работы состоит из нескольких задач. Обучающийся должен решить задачи по варианту, номер которого укажет преподаватель.

При выполнении практических работ надо придерживаться следующих правил:

1. Практическую работу следует выполнять в тетради чернилами черного или синего цвета, оставляя поля.
2. На обложке тетради должны быть ясно написаны фамилия обучающегося, его номер специальности, название дисциплины, номер подгруппы.
3. В заголовке работы должны быть указаны номер практической работы, тема практической работы, номер варианта.
4. В работу должны быть включены задачи, указанные в практической работе, строго по предложенному варианту.
5. Перед решением каждой задачи надо выписать полностью ее условие.
6. Решение задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые рисунки.
7. После получения проверенной работы, студент должен исправить все отмеченные ошибки.

Основные требования к обработке результатов расчетов и оформлению отчетов.

Отчет по практической работе должен содержать:

1. Номер и тему практической работы, номер варианта.
2. Номер задачи и ее условие.
3. Подробное решение каждой задачи.
4. Полный ответ к каждой задаче

Критериями оценки результатов работы студентов являются:

1. уровень усвоения студентом учебного материала;
2. умение студента использовать теоретические знания при выполнении практических задач;
3. сформированность ключевых (общеучебных) компетенций;
4. обоснованность и четкость изложения материала;
5. уровень оформления работы.

Задания для практической работы.

Вариант 1.

I. Найти значение числового выражения: а) $\sqrt[3]{5^6 \cdot 2^9}$; б) $\sqrt[5]{48 \cdot 162}$;

II. Упростите выражение: $\sqrt[3]{\frac{8a^3b^6}{27x^{12}y^9}}$

III. Сократить дробь: $\frac{3\sqrt{x}-5\sqrt[4]{x}-2}{9\sqrt{x}-1} =$

Вариант 2.

- I. Найти значение числового выражения: а) $\sqrt[5]{0,2^{10} \cdot 10^{10}}$; б) $\sqrt[3]{75 \cdot 45}$;
- II. Упростите выражение: $\sqrt[4]{0,0081a^{12}b^4c^{20}}$
- III. Сократить дробь: $\frac{6\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} - 1}{2\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x}} =$

Вариант 3.

- I. Найти значение числового выражения: а) $\sqrt[3]{\frac{27}{0,125}}$; б) $\sqrt[6]{36^3 \cdot 2^6}$;
- II. Упростите выражение: $\sqrt[5]{\frac{a^{10}b^{20}}{32x^{15}}}$
- III. Найдите значение выражения: $\frac{1 - 2\sqrt[4]{5} + \sqrt{5}}{(\sqrt{3} - \sqrt[4]{45})^2} =$

Вариант 4.

- I. Найти значение числового выражения: а) $\sqrt[3]{5^6 \cdot 0,2^3}$; б) $\sqrt[6]{\frac{16}{0,25}}$;
- II. Упростите выражение: $\sqrt[5]{1024x^{10}y^5z^{15}}$
- III. Найдите значение выражения: $\frac{(\sqrt[4]{24} + \sqrt[4]{6})^2}{4\sqrt{3} + 3\sqrt{6}} =$

Вариант 5.

- I. Найти значение числового выражения: а) $\sqrt[3]{\frac{5^6}{3^9}}$; б) $\sqrt[6]{64 \cdot \frac{1}{729}}$;
- II. Упростите выражение: $\sqrt[3]{\frac{343m^{12}}{64n^3p^{15}}}$
- III. Найдите значение выражения: $\frac{(\sqrt[3]{9} + \sqrt{3})^2}{\sqrt[3]{3} + 2\sqrt[6]{3} + 1} =$

Вариант 6.

- I. Найти значение числового выражения: а) $\sqrt[4]{\frac{7^8}{3^4}}$; б) $\sqrt[5]{243 \cdot \frac{1}{32}}$;
- II. Упростите выражение: $\sqrt[4]{16a^8b^{16}}$
- III. Найдите значение выражения: $\frac{4 - 3\sqrt{2}}{(\sqrt[4]{2} - \sqrt[4]{8})^2} =$

Раздел 1. Алгебра

Тема 1.3. Показательная, степенная и логарифмическая функции

Практическая работа № 13 «Построение графиков степенной и показательной функций».

Учебная цель: применить навыки в преобразовании графиков функции.

Образовательные результаты, заявленные во ФГОС СПО:

Студент должен достичь следующих результатов:

личностных: готовность и способность к самостоятельной, творческой и ответственной деятельности; (ОК8)

предметных: Обеспечения сформированности логического, алгоритмического и математического мышления; (Ок 4) обеспечения сформированности умений применять полученные знания при решении различных задач (Ок5)

метапредметных: готовность и способность к самостоятельной информационно - познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников; (ОК4)

Задачи практической работы:

1. Применить навыки в преобразовании графиков функции.

Обеспеченность занятия:

1. Учебно-методическая литература:

Учебно-методическая литература:

4. Богомолов Н.В. Математика: учеб. для ссузов / Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. - 9-е изд., стереотип. – М. : Дрофа, 2013. – 395, [5] с.: ил.

5. Богомолов Н.В. Сборник задач по математике: учеб. пособие для ссузов / Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. - 9-е изд., стереотип. – М. : Дрофа, 2012. – 204, [4] с.: ил.

6. Составитель Степанова Т.С. Алгебра. Весь школьный курс в таблицах / сост. Т.С. Степанова – Минск: Букмастер: Кузьма, 2012.- 2-е изд.-288с.

3. Программное обеспечение: по данной теме не имеется. Учебники или конспекты.

4. Рабочая тетрадь: тетрадь в клетку 48 листов

5. Раздаточные материалы: инструкционные карты -1 на парту

6. Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы:

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию

Инструкция по выполнению практической работы

Каждый вариант работы состоит из нескольких задач. Обучающийся должен решить задачи по варианту, номер которого укажет преподаватель.

При выполнении практических работ надо придерживаться следующих правил:

1. Практическую работу следует выполнять в тетради чернилами черного или синего цвета, оставляя поля.

2. На обложке тетради должны быть ясно написаны фамилия обучающегося, его инициалы, номер специальности, название дисциплины, номер подгруппы.

3. В заголовке работы должны быть указаны номер практической работы, тема практической работы, номер варианта.

4. В работу должны быть включены задачи, указанные в практической работе, строго по предложенному варианту.

5. Перед решением каждой задачи надо выписать полностью ее условие.

6. Решение задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые рисунки.

7. После получения проверенной работы, студент должен исправить все отмеченные ошибки.

Критериями оценки результатов работы студентов являются:

1. уровень усвоения студентом учебного материала;
2. умение студента использовать теоретические знания при выполнении практических задач;

3. сформированность ключевых (общеучебных) компетенций;
4. обоснованность и четкость изложения материала;
5. уровень оформления работы.

Основные требования к обработке результатов расчетов и оформлению отчетов.

Отчет по практической работе должен содержать:

1. Номер и тему практической работы, номер варианта.
2. Номер задачи и ее условие.
3. Подробное решение каждой задачи.
4. Полный ответ к каждой задаче

Задания для практической работы.

Вариант 1.

1. Постройте график функции: а) $y = (x + 2)^{\frac{1}{2}}$; б) $y = 2^x + 1$;
2. Исследовать функцию на монотонность: а) $y = x^{-11}$; б) $y = (\sqrt{3})^x$;

Вариант 2.

1. Постройте график функции а) $y = x^{\frac{7}{2}} - 3$; б) $y = 4^x - 1$;
2. Исследовать функцию на монотонность: а) $y = x^{12}$; б) $y = 21^x$;

Вариант 3.

1. Постройте график функции: а) $y = (x - 1)^{-\frac{2}{3}}$; б) $y = 5^{x+1}$;
2. Исследовать функцию на монотонность: а) $y = x^8$; б) $y = 0,3^x$;

Вариант 4.

1. Постройте график функции: а) $y = x^{-\frac{1}{3}} + 4$; б) $y = 3^{x-2}$;
2. Исследовать функцию на монотонность: а) $y = x^5$; б) $y = 2^{-x}$;

Вариант 5.

1. Постройте график функции: а) $y = 2x^{\frac{1}{3}} + 2$; б) $y = \left(\frac{3}{4}\right)^{x-2}$;
2. Исследовать функцию на монотонность: а) $y = x^{-3}$; б) $y = 17^{-x}$;

Вариант 6.

1. Постройте график функции: а) $y = \frac{1}{2}x^{\frac{3}{2}}$; б) $y = \left(\frac{2}{3}\right)^{x+0,5}$;
2. Исследовать функцию на монотонность: а) $y = x^{\frac{1}{7}}$; б) $y = 3^{-x}$;

Раздел 1. Алгебра

Тема 1.3. Показательная, степенная и логарифмическая функции

Практическая работа № 14 «Решение показательных уравнений»

Учебная цель: применить навыки в решении показательных уравнений и

неравенств

Образовательные результаты, заявленные во ФГОС СПО:

Студент должен достичь следующих результатов:

личностных: готовность и способность к самостоятельной, творческой и ответственной деятельности; (ОК8)

предметных: Обеспечения сформированности логического, алгоритмического и математического мышления; (Ок 4) обеспечения сформированности умений применять полученные знания при решении различных задач (Ок5)

метапредметных: готовность и способность к самостоятельной информационно - познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников; (ОК4)

Задачи практической работы:

1. Преобразовывать числовые и буквенные выражения, содержащие степени, применяя свойства.

2. Решать показательные уравнения.

Обеспеченность занятия:

Учебно-методическая литература:

Учебно-методическая литература:

1. Богомолов Н.В. Математика: учеб. для ссузов / Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. - 9-е изд., стереотип. - М. : Дрофа, 2013. - 395, [5] с.: ил.

2. Богомолов Н.В. Сборник задач по математике: учеб. пособие для ссузов / Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. - 9-е изд., стереотип. - М. : Дрофа, 2012. - 204, [4] с.: ил.

3. Составитель Степанова Т.С. Алгебра. Весь школьный курс в таблицах / сост. Т.С. Степанова - Минск: Букмастер: Кузьма, 2012. - 2-е изд. - 288с.

Программное обеспечение: по данной теме не имеется. Учебники или конспекты.

Рабочая тетрадь: тетрадь в клетку 48 листов

Раздаточные материалы: инструкционные карты -1 на парту

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы:

Уравнение, содержащее переменную в показателе степени, называется **показательным**. Простейшим показательным уравнением является уравнение вида $a^x = b$.

Решение показательного уравнения вида $a^{f(x)} = a^{g(x)}$ (где $a > 0, a \neq 1$) основано на том, что это уравнение равносильно уравнению $f(x) = g(x)$.

Показательные уравнения можно решать следующими способами:

1. Способ уравнивания оснований.

Пример. 1) $3^{x^2 - \frac{5}{7}x} = \sqrt[7]{9}$;

Решение. Представим $\sqrt[7]{9} = \sqrt[7]{3^2} = 3^{\frac{2}{7}}$, получаем $3^{x^2 - \frac{5}{7}x} = 3^{\frac{2}{7}}$, т.е. левая и правая части уравнения приведены к одному основанию. Следовательно, данное уравнение равносильно уравнению $x^2 - \frac{5}{7}x = \frac{2}{7}$. Данное квадратное уравнение имеет корни $x_1 = -\frac{2}{7}$; $x_2 = 1$.

2. Способ группировки.

Пример. 2) $3^{2x+2} + 3^{2x} = 30$.

Решение. Представив 3^{2x+2} как $3^{2x} \cdot 3^2$, получаем: $3^{2x} \cdot 3^2 + 3^{2x} = 30$; 3^{2x} вынесем за скобки: $3^{2x}(3^2 + 1) = 30$; $3^{2x} \cdot 10 = 30$; $3^{2x} = 30:10$; $3^{2x} = 3$;

$$2x = 1; x = \frac{1}{2}.$$

3. Способ приведения к квадратному уравнению.

Уравнение вида $Aa^{2x} + Ba^x + C = 0$ с помощью подстановки $a^x = y$ сводится к квадратному уравнению $Ay^2 + By + C = 0$.

Пример.3) $5^{2x} - 6 \cdot 5^x + 5 = 0$.

Решение. Положим $5^x = y$. Тогда $5^{2x} = (5^x)^2 = y^2$ и данное уравнение примет вид:

$$y^2 - 6y + 5 = 0.$$

Решая это квадратное уравнение получаем корни $y_1 = 1$, $y_2 = 5$. Возвращаясь к нашей подстановке имеем:

$$5^x = 1, 5^x = 5^0, x_1 = 0; 5^x = 5, x_2 = 1.$$

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию

1. Дать определение показательного уравнения.
2. Простейшее показательное уравнение.
3. Решение показательных уравнений.

Инструкция по выполнению практической работы

Каждый вариант работы состоит из нескольких задач. Обучающийся должен решить задачи по варианту, номер которого укажет преподаватель.

При выполнении практических работ надо придерживаться следующих правил:

1. Практическую работу следует выполнять в тетради чернилами черного или синего цвета, оставляя поля.
2. На обложке тетради должны быть ясно написаны фамилия обучающегося, его номер специальности, название дисциплины, номер подгруппы.
3. В заголовке работы должны быть указаны номер практической работы, тема практической работы, номер варианта.
4. В работу должны быть включены задачи, указанные в практической работе, строго по предложенному варианту.
5. Перед решением каждой задачи надо выписать полностью ее условие.
6. Решение задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые рисунки.
7. После получения проверенной работы, студент должен исправить все отмеченные ошибки.

Основные требования к обработке результатов расчетов и оформлению отчетов.

Отчет по практической работе должен содержать:

1. Номер и тему практической работы, номер варианта.
2. Номер задачи и ее условие.
3. Подробное решение каждой задачи.
4. Полный ответ к каждой задаче

Критериями оценки результатов работы студентов являются:

1. уровень усвоения студентом учебного материала;
2. умение студента использовать теоретические знания при выполнении практических задач;
3. сформированность ключевых (общеучебных) компетенций;

4. обоснованность и четкость изложения материала;
5. уровень оформления работы.

Задания для практической работы.

Вариант 1.

Решить уравнения:

- а) $2^x = 32$; б) $3^{x-1} = 27$; в) $5^{-x} = 25$; г) $7^{x-5x+6} = 0$; д) $\left(\frac{1}{6}\right)^{2x} - 5 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^x - 6 = 0$;
е) $6^{2x-8} = 216^x$;

Вариант 2.

Решить уравнения:

- а) $3^x = 27$; б) $5^{x-2} = 25$; в) $\left(\frac{2}{3}\right)^x = 1,5$ г) $2^{x-8x+19} = 16$; д) $3^{2x} - 2 \cdot 3^{2x-2} - 2 \cdot 3^{2x-1} = 1$;
е) $5^x + 125 \cdot 5^{-x} = 30$;

Вариант 3.

Решить уравнения:

- а) $5^x = 625$; б) $6^{x-3} = 36$; в) $2^{-x} = 8$; г) $2^{x-7x+12} = 0$; д) $2^{x+3} - 2^x = 112$;
е) $4 \cdot \left(\frac{1}{16}\right)^x + 15 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^x - 4 = 0$;

Вариант 4.

Решить уравнения:

- а) $4^x = \frac{1}{16}$; б) $5^{2x-1} = \frac{1}{5}$; в) $4^x = 2$; г) $3^{x-3x+5} = 27$; д) $2 \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^{3x+7} - 7 \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^{3x+8} = 49$;
е) $2 \cdot 3^{2x} - 5 \cdot 3^{2x-2} - 1323 = 0$;

Вариант 5.

Решить уравнения:

- а) $10^x = 10000$; б) $10^{x+1} = 0,1$; в) $\left(\frac{1}{25}\right)^x = 5$; г) $5^{x-6x+8} = 1$; д) $3^x - 3^{x+3} = -78$;
е) $5 \cdot \left(\frac{4}{25}\right)^x + 23 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^x - 10 = 0$;

Вариант 6.

Решить уравнения:

- а) $4^x = 256$; б) $3^{2x} = \frac{1}{27}$; в) $27^x = 3$; г) $\left(\frac{2}{3}\right)^{8x+1} = 1,5^{2x-3}$; д) $\left(\frac{1}{3}\right)^{5x-1} + \left(\frac{1}{3}\right)^{5x} = \frac{4}{9}$;
е) $3 \cdot 9^x - 10 \cdot 3^x + 3 = 0$;

Раздел 1. Алгебра

Тема 1.3. Показательная, степенная и логарифмическая функции

Практическая работа № 15 «Решение показательных неравенств»

Учебная цель: применить навыки в решении показательных неравенств

Образовательные результаты, заявленные во ФГОС СПО:

Студент должен достичь следующих результатов:

личностных: готовность и способность к самостоятельной, творческой и ответственной деятельности; (ОК8)

предметных: Обеспечения сформированности логического, алгоритмического и математического мышления; (ОК 4) обеспечения сформированности умений применять полученные знания при решении различных задач (ОК5)

метапредметных: готовность и способность к самостоятельной информационно - познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников; (ОК4)

Задачи практической работы:

1. Преобразовывать числовые и буквенные выражения, содержащие степени, применяя свойства.

2. Решать показательные неравенства.

Обеспеченность занятия:

Учебно-методическая литература:

Учебно-методическая литература:

1. Богомолов Н.В. Математика: учеб. для ссузов / Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. - 9-е изд., стереотип. - М. : Дрофа, 2013. - 395, [5] с.: ил.

2. Богомолов Н.В. Сборник задач по математике: учеб. пособие для ссузов / Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. - 9-е изд., стереотип. - М. : Дрофа, 2012. - 204, [4] с.: ил.

3. Составитель Степанова Т.С. Алгебра. Весь школьный курс в таблицах / сост. Т.С. Степанова - Минск: Букмастер: Кузьма, 2012. - 2-е изд. - 288с.

Программное обеспечение: по данной теме не имеется. Учебники или конспекты.

Рабочая тетрадь: тетрадь в клетку 48 листов

Раздаточные материалы: инструкционные карты -1 на парту

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы:

Уравнение, содержащее переменную в показателе степени, называется **показательным**. Простейшим показательным уравнением является уравнение вида $a^x = b$.

Решение показательного уравнения вида $a^{f(x)} = a^{g(x)}$ (где $a > 0, a \neq 1$) основано на том, что это уравнение равносильно уравнению $f(x) = g(x)$.

Показательные уравнения можно решать следующими способами:

1. Способ уравнивания оснований.

Пример. 1) $3^{x^2 - \frac{5}{7}x} = \sqrt[7]{9}$;

Решение. Представим $\sqrt[7]{9} = \sqrt[7]{3^2} = 3^{\frac{2}{7}}$, получаем $3^{x^2 - \frac{5}{7}x} = 3^{\frac{2}{7}}$, т.е. левая и правая части уравнения приведены к одному основанию. Следовательно, данное уравнение равносильно уравнению $x^2 - \frac{5}{7}x = \frac{2}{7}$. Данное квадратное уравнение имеет корни $x_1 = -\frac{2}{7}$; $x_2 = 1$.

2. Способ группировки.

Пример. 2) $3^{2x+2} + 3^{2x} = 30$.

Решение. Представив 3^{2x+2} как $3^{2x} \cdot 3^2$, получаем: $3^{2x} \cdot 3^2 + 3^{2x} = 30$; 3^{2x} вынесем за скобки: $3^{2x} (3^2 + 1) = 30$; $3^{2x} \cdot 10 = 30$; $3^{2x} = 30:10$; $3^{2x} = 3$;

$$2x = 1; x = \frac{1}{2}.$$

3. Способ приведения к квадратному уравнению.

Уравнение вида $Aa^{2x} + Ba^x + C = 0$ с помощью подстановки $a^x = y$ сводится к квадратному уравнению $Ay^2 + By + C = 0$.

Пример.3) $5^{2x} - 6 \cdot 5^x + 5 = 0$.

Решение. Положим $5^x = y$. Тогда $5^{2x} = (5^x)^2 = y^2$ и данное уравнение примет вид:

$$y^2 - 6y + 5 = 0.$$

Решая это квадратное уравнение получаем корни $y_1 = 1$, $y_2 = 5$. Возвращаясь к нашей подстановке имеем:

$$5^x = 1, 5^x = 5^0, x_1 = 0; 5^x = 5, x_2 = 1.$$

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию

1. Дать определение показательного уравнения.
2. Простейшее показательное уравнение.
3. Решение показательных уравнений.

Инструкция по выполнению практической работы

Каждый вариант работы состоит из нескольких задач. Обучающийся должен решить задачи по варианту, номер которого укажет преподаватель.

При выполнении практических работ надо придерживаться следующих правил:

1. Практическую работу следует выполнять в тетради чернилами черного или синего цвета, оставляя поля.
2. На обложке тетради должны быть ясно написаны фамилия обучающегося, его номер специальности, название дисциплины, номер подгруппы.
3. В заголовке работы должны быть указаны номер практической работы, тема практической работы, номер варианта.
4. В работу должны быть включены задачи, указанные в практической работе, строго по предложенному варианту.
5. Перед решением каждой задачи надо выписать полностью ее условие.
6. Решение задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые рисунки.
7. После получения проверенной работы, студент должен исправить все отмеченные ошибки.

Основные требования к обработке результатов расчетов и оформлению отчетов.

Отчет по практической работе должен содержать:

1. Номер и тему практической работы, номер варианта.
2. Номер задачи и ее условие.
3. Подробное решение каждой задачи.
4. Полный ответ к каждой задаче

Критериями оценки результатов работы студентов являются:

1. уровень усвоения студентом учебного материала;
2. умение студента использовать теоретические знания при выполнении практических задач;
3. сформированность ключевых (общеучебных) компетенций;
4. обоснованность и четкость изложения материала;
5. уровень оформления работы.

Задания для практической работы.

Вариант 1.

Решить неравенства:

- а) $2^x \geq 32$; б) $7^{2x-9} > 7^{3x-6}$; в) $\left(\frac{1}{5}\right)^{3x+4} + \left(\frac{1}{5}\right)^{3x+5} > 6$;
г) $0,2^{2x} - 1,2 \cdot 0,2^x + 0,2 > 0$;

Вариант 2.

Решить неравенства:

- а) $2^x \leq 8$; б) $9^{x-1} \leq 9^{-2x+8}$; в) г)

Вариант 3.

Решить неравенства:

- а) $5^x > 125$; б) $0,5^{4x+3} \geq 0,5^{6x-1}$; в) г)

Вариант 4.

Решить неравенства:

- а) $2^x > \frac{1}{16}$; б) $4^{5x-1} > 16^{3x+2}$; в) ; г)

Вариант 5.

Решить неравенства:

- а) $\left(\frac{1}{3}\right)^x > \frac{1}{27}$; б) $\left(\frac{1}{7}\right)^{-3x+1} > \left(\frac{1}{49}\right)^{x+3}$; в); г)

Вариант 6.

Решить неравенства:

- а) $(0,2)^x \leq 0,04$; б) $11^{-7x+1} \leq 121^{-2x-10}$; в) $2^x + 2^{x+2} \leq 20$; г) $3^{2x} - 4 \cdot 3^x + 3 \leq 0$;

Раздел 1. Алгебра

Тема 1.3. Показательная, степенная и логарифмическая функции

Практическая работа № 16,17,18 «Преобразование и вычисление значений логарифмических выражений. Логарифмирование и потенцирование выражений.»

Учебная цель: применить навыки в преобразовании и вычислении значений логарифмических выражений.

Образовательные результаты, заявленные во ФГОС СПО:.

Студент должен достичь следующих результатов:

личностных: готовность и способность к самостоятельной, творческой и ответственной деятельности; (ОК8)

предметных: Обеспечения сформированности логического, алгоритмического и математического мышления;(Ок 4) обеспечения сформированности умений применять полученные знания при решении различных задач (Ок5)

метапредметных: готовность и способность к самостоятельной информационно - познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;(ОК4)

Задачи практической работы:

1.Выполнять преобразования выражений, применяя формулы, связанные со свойствами степеней и логарифмов.

2.Определять область допустимых значений логарифмического выражения

Обеспеченность занятия:

Учебно-методическая литература:

Учебно-методическая литература:

1. Богомолов Н.В. Математика: учеб. для ссузов / Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. - 9-е изд., стереотип. - М. : Дрофа, 2013. - 395, [5] с.: ил.
2. Богомолов Н.В. Сборник задач по математике: учеб. пособие для ссузов / Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. - 9-е изд., стереотип. - М. : Дрофа, 2012. - 204, [4] с.: ил.
3. Составитель Степанова Т.С. Алгебра. Весь школьный курс в таблицах / сост. Т.С. Степанова - Минск: Букмастер: Кузьма, 2012. - 2-е изд. - 288с.

Программное обеспечение: по данной теме не имеется. Учебники или конспекты.

Рабочая тетрадь: тетрадь в клетку 48 листов

Раздаточные материалы: инструкционные карты -1 на парту

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы:

Понятие логарифма.

Если $a^n = b$ - некоторая степень, у которой $a > 0$ и $b > 0$, причем $a \neq 1$, то действие, с помощью которого известными a и b находится показатель n ,

называется **логарифмированием**; записывается это действие так: $n = \log_a b$ т.е.

Логарифмом числа b по основанию a (где $a > 0, a \neq 1$) называется показатель степени, в которую надо возвести основание a , чтобы получить число b . Логарифм числа b по основанию a обозначается $\log_a b$.

Тогда, по определению $\log_a b = n, a^n = b$.

Пример 1. Найдем значение: а) $\log_2 32 = 5$, т.к. $2^5 = 32$;

$$\text{б) } \log_5 0,04 = -2, \text{ т.к. } 5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25} = 0,04.$$

Из определения логарифма вытекает **основное логарифмическое тождество**:

$$a^{\log_a b} = b.$$

Например, $3^{\log_3 5} = 5$.

Логарифмы бывают:

- с произвольным основанием ($\log_a b$);
- десятичные (логарифм по основанию 10 и обозначается $\lg b$);
- натуральные логарифмы (логарифм по основанию $e = 2,71828\dots$ и обозначается $\ln b$).

Основные свойства логарифмов.

1. Логарифм единицы равен нулю, т.е.

$$\log_a 1 = 0;$$

2. Логарифм числа равного основанию равен единицы, т.е.

$$\log_a a = 1;$$

3. Логарифм произведения положительных чисел равен сумме логарифмов сомножителей, т.е.

$$\log_a (M \cdot N) = \log_a M + \log_a N;$$

4. Логарифм частного (дроби) положительных чисел равен разности логарифмов делимого и делителя, т.е.

$$\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N;$$

5. Логарифм степени равен произведению показателя степени на логарифм основания степени, т.е.

$$\log_a N^k = k \cdot \log_a N;$$

6. Логарифм корня равен произведению обратной величины корня на логарифм подкоренного выражения, т.е.

$$\log_a \sqrt[m]{N} = \frac{1}{m} \log_a N;$$

$$7. \log_a \sqrt[m]{N^k} = \frac{k}{m} \log_a N.$$

Примеры. 2) $\lg 8 + \lg 125 = \lg (8 \cdot 125) = \lg 1000 = \lg 10^3 = 3 \cdot \lg 10 = 3 \cdot 1 = 3.$

$$3) \frac{\lg 8 + \lg 18}{2 \lg 2 + \lg 3} = \frac{\lg (8 \cdot 18)}{\lg (2^2 \cdot 3)} = \frac{\lg 144}{\lg 12} = \frac{\lg 12^2}{\lg 12} = \frac{2 \lg 12}{\lg 12} = 2$$

Операция перехода от алгебраического выражения к логарифмическому, используя основные свойства логарифмов, называется логарифмированием.

Операция обратная логарифмированию называется потенцированием.

Формулы перехода от одного основания к другому:

$$1. \log_a N = \frac{\log_c N}{\log_c a} \quad 2. \log_a N = \frac{1}{\log_N a} \quad 3. \log_{a^k} N = \frac{1}{k} \log_a N$$

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию

1. Дать определение логарифма
2. Сформулировать свойства логарифмов.
3. Записать основное логарифмическое тождество.
4. Дать определение операции логарифмирования.
5. Дать определение операции потенцирования

Инструкция по выполнению практической работы

Каждый вариант работы состоит из нескольких задач. Обучающийся должен решить задачи по варианту, номер которого укажет преподаватель.

При выполнении практических работ надо придерживаться следующих правил:

1. Практическую работу следует выполнять в тетради чернилами черного или синего цвета, оставляя поля.
2. На обложке тетради должны быть ясно написаны фамилия обучающегося, его номер специальности, название дисциплины, номер подгруппы.
3. В заголовке работы должны быть указаны номер практической работы, тема практической работы, номер варианта.
4. В работу должны быть включены задачи, указанные в практической работе, строго по предложенному варианту.
5. Перед решением каждой задачи надо выписать полностью ее условие.
6. Решение задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые рисунки.
7. После получения проверенной работы, студент должен исправить все отмеченные ошибки.

Основные требования к обработке результатов расчетов и оформлению отчетов.

Отчет по практической работе должен содержать:

1. Номер и тему практической работы, номер варианта.
2. Номер задачи и ее условие.
3. Подробное решение каждой задачи.
4. Полный ответ к каждой задаче

Критериями оценки результатов работы студентов являются:

1. уровень усвоения студентом учебного материала;
2. умение студента использовать теоретические знания при выполнении практических задач;
3. сформированность ключевых (общеучебных) компетенций;
4. обоснованность и четкость изложения материала;
5. уровень оформления работы.

Задания для практической работы.

Вариант 1.

1. Вычислите:

а) $\log_2 16$; б) $\lg 0,01$; в) $\log_3 x = 3$; г) $\log_{81} x = \frac{1}{2}$; д) $\log_x 5 = -1$;

е) $\log_{\frac{1}{2}}(\log_3 \sqrt{3})$; ж) $\frac{\log_2 64}{\log_2 \sqrt{16}}$; з) $\log_{\frac{1}{2}} 4 \cdot \log_3 9 : \log_4 \frac{1}{4}$;

2. Вычислите с помощью основного логарифмического тождества:

а) $2^{\log_2 32}$; б) $25^{\log_5 3}$; в) $3^{2+\log_3 10}$;

3. Прологарифмировать выражение по основанию 5: $X = 125a^4 : b^4$

4. Найти число x по данному его логарифму:

$$\log_{\frac{1}{2}} x = \log_{\frac{1}{2}} 19 - \log_{\frac{1}{2}} 38 + \log_{\frac{1}{2}} 3;$$

Вариант 2.

1. Вычислите:

а) $\log_3 27$; б) $\log_5 \frac{1}{25}$; в) $\log_2 x = -3$; г) $\log_{0,1} x = -2$; д) $\log_x 16 = 2$;

е) $\log_2 (3 \log_2 4)$; ж) $\frac{\lg 4}{\lg 32 - \lg 4}$; з) $\log_{\sqrt{3}} 3\sqrt{3} : \log_{\frac{1}{7}} \sqrt{49} \cdot \log_5 \sqrt{5}$;

2. Вычислите с помощью основного логарифмического тождества:

а) $3^{-\log_3 3}$; б) $27^{\log_3 2}$; в) $5^{\log_5 10-2}$;

3. Прологарифмировать выражение по основанию 2: $X = 48a\sqrt{a} \cdot b^3$

4. Найти число x по данному его логарифму:

$$\log_{\sqrt{7}} x = 2 \log_{\sqrt{7}} 4 - \log_{\sqrt{7}} 2 + \log_{\sqrt{7}} 5$$

Вариант 3.

1. Вычислите:

а) $\log_{\sqrt{2}} 8$; б) $\log_3 \sqrt{3}$; в) $\log_5 x = -1$; г) $\lg x = -2$; д) $\log_8 x = -\frac{1}{3}$;

е) $\log_3 (3 \log_2 8)$; ж) $\frac{\log_3 81}{\log_3 27}$; з) $\log_3 81 : \log_{0,5} 2 \cdot \log_5 125$;

2. Вычислите с помощью основного логарифмического тождества:

а) $2^{\log_2 4}$; б) $4^{\log_2 3}$; в) $5^{2-\log_5 10}$;

3. Прологарифмировать выражение по основанию 2: $X = \frac{1}{8} a (\sqrt{b})^6$

4. Найти число x по данному его логарифму: $\log_{\frac{1}{3}} x = \log_{\frac{1}{3}} \frac{7}{9} + \log_{\frac{1}{3}} 21 - 2 \log_{\frac{1}{3}} 7$

Вариант 4.

1. Вычислите:

а) $\log_3 \frac{1}{243}$; б) $\lg 1000$; в) $\log_5 x = 3$; г) $\log_{\frac{1}{6}} x = -2$; д) $\log_4 x = 2,5$;

е) $\lg(5 \lg 100)^2$; ж) $\frac{\log_5 125}{\log_5 625 - \log_5 25}$; з)

$\log_{\sqrt{5}} 5\sqrt{5} \cdot \log_{0,3} \sqrt{0,3} : \lg 10\sqrt{0,1}$;

2. Вычислите с помощью основного логарифмического тождества:

$5^{\log_5 3}$; б) $\left(\frac{1}{25}\right)^{\log_5 6}$; в) $8^{2 \log_8 5} - 1$;

3. Прологарифмировать выражение по основанию 2: $X = \left(\frac{a^6}{\sqrt[5]{b^2}}\right)^{-3}$

4. Найти число x по данному его логарифму: $\lg x = 2 \lg 7 - 3 \lg 3 + \lg 8$

Вариант 5.

1. Вычислите:

а) $\log_5 \frac{1}{25}$; б) $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{9}$; в) $\log_7 x = 2$; г) $\log_5 x = -3$; д) $\log_{\frac{1}{4}} x = -2$;

е) $\log_3 (3 \log_3 27)$; ж) $\frac{\lg 9}{\lg 81}$; з) $\log_3 27 : \log_{\frac{1}{2}} 4 \cdot \log_7 \sqrt[3]{49}$;

2. Вычислите с помощью основного логарифмического тождества:

а) $10^{\lg 100}$; б) $49^{\log_7 5}$; в) $5 \cdot 3^{\log_3 2}$;

3. Прологарифмировать выражение по основанию 2 или 5: $X = \frac{b^3}{4a^5} \frac{b^3}{4a^5}$

4. Найти число x по данному его логарифму: $\lg x = -\frac{1}{2} \lg 5 + \lg \sqrt{5} + \frac{1}{4} \lg 25$

Вариант 6.

1. Вычислите:

а) $\log_{\sqrt{3}} 27$; б) $\log_3 \sqrt{3}$; в) $\log_5 x = -1$; г) $\lg x = -2$; д) $\log_{0,01} x = -1$;

е) $\log_5 (5 \log_2 32)$; ж) $\frac{\lg 2}{\lg 128 - \lg 16}$; з) $\log_{\frac{1}{2}} 16 \cdot \log_5 625 : \log_4 256$.

2. Вычислите с помощью основного логарифмического тождества:

а) $\left(\frac{1}{2}\right)^{\log_{\frac{1}{2}} 1}$; б) $\left(2^{\log_2 5}\right)^2$; в) $2,5^{\log_{2,5} 10} + 1$;

3. Прологарифмировать выражение по основанию 5: $X = \frac{25a^6 b^7}{c^3}$

4.Найти число x по данному его логарифму:

$$\log_{0,2} x = \log_{0,2} 93 + \log_{0,2} 4 - \log_{0,2} 31$$

Раздел 1.Алгебра

Тема 1.3. Показательная, степенная и логарифмическая функции

Практическая работа № 19 «Построение графиков логарифмической функции».

Учебная цель: применить навыки в преобразовании графиков функции.

Образовательные результаты, заявленные во ФГОС СПО:

Студент должен достичь следующих результатов:

личностных: готовность и способность к самостоятельной, творческой и ответственной деятельности; (ОК8)

предметных: Обеспечения сформированности логического, алгоритмического и математического мышления;(Ок 4) обеспечения сформированности умений применять полученные знания при решении различных задач (Ок5)

метапредметных: готовность и способность к самостоятельной информационно - познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников; (ОК4)

Задачи практической работы:

1. Применить навыки в преобразовании графиков функции.

Обеспеченность занятия:

1.Учебно-методическая литература:

Учебно-методическая литература:

7. Богомолов Н.В. Математика: учеб.для ссузов / Н.В.Богомолов, П.И.Самойленко. - 9-е изд., стереотип. – М. : Дрофа, 2013. – 395,[5] с.: ил.

8. Богомолов Н.В. Сборник задач по математике: учеб.пособие для ссузов / Н.В.Богомолов, П.И.Самойленко. - 9-е изд., стереотип. – М. : Дрофа, 2012. – 204, [4] с.: ил.

9. Составитель Степанова Т.С. Алгебра. Весь школьный курс в таблицах/ сост.Т.С. Степанова – Минск: Букмастер: Кузьма, 2012.- 2-е изд.-288с.

3.Программное обеспечение: по данной теме не имеется. Учебники или конспекты.

4.Рабочая тетрадь: тетрадь в клетку 48 листов

5.Раздаточные материалы: инструкционные карты -1 на парту

6.Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы:

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию

Инструкция по выполнению практической работы

Каждый вариант работы состоит из нескольких задач. Обучающийся должен решить задачи по варианту, номер которого укажет преподаватель.

При выполнении практических работ надо придерживаться следующих правил:

1. Практическую работу следует выполнять в тетради чернилами черного или синего цвета, оставляя поля.

2. На обложке тетради должны быть ясно написаны фамилия обучающегося, его инициалы, номер специальности, название дисциплины, номер подгруппы.
3. В заголовке работы должны быть указаны номер практической работы, тема практической работы, номер варианта.
4. В работу должны быть включены задачи, указанные в практической работе, строго по предложенному варианту.
5. Перед решением каждой задачи надо выписать полностью ее условие.
6. Решение задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые рисунки.
7. После получения проверенной работы, студент должен исправить все отмеченные ошибки.

Критериями оценки результатов работы студентов являются:

1. уровень усвоения студентом учебного материала;
2. умение студента использовать теоретические знания при выполнении практических задач;
3. сформированность ключевых (общеучебных) компетенций;
4. обоснованность и четкость изложения материала;
5. уровень оформления работы.

Основные требования к обработке результатов расчетов и оформлению отчетов.

Отчет по практической работе должен содержать:

1. Номер и тему практической работы, номер варианта.
2. Номер задачи и ее условие.
3. Подробное решение каждой задачи.
4. Полный ответ к каждой задаче

Задания для практической работы.

Вариант 1.

1. Постройте (схематично) график функции: а) $y = \log_{\frac{1}{3}} x$;
2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции на заданном промежутке:

$$y = \log_3 x, \left[\frac{1}{3}; 9 \right]$$

Вариант 2.

1. Постройте (схематично) (схематично) график функции а) $y = \log_{0,2} x$
2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции на заданном промежутке:

$$y = \log_{\frac{1}{2}} x, \left[\frac{1}{8}, 16 \right]$$

Вариант 3.

1. Постройте (схематично) график функции: а) $y = \log_{\sqrt{3}} x$;
2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции на заданном промежутке:

$$y = \log_{\frac{2}{3}} x, \left[\frac{8}{27}, \frac{81}{16} \right]$$

Вариант 4.

1. Постройте (схематично) график функции: а) $y = \log_{\frac{1}{5}} x$;
2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции на заданном промежутке:

$$y = \log_5 x, \left[\frac{1}{125}, 25 \right]$$

Вариант 5.

1. Постройте (схематично) график функции: а) $y = \log_{\sqrt{8}} x$;

2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции на заданном промежутке:

$$y = \log_6 x, \left[\frac{1}{216}, 36 \right]$$

Вариант 6.

1. Постройте (схематично) график функции: а) $y = \log_{2,3} x$;

2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции на заданном промежутке:

$$y = \log_{\frac{2}{7}} x, \left[\frac{8}{343}, \frac{343}{8} \right]$$

Раздел 1. Алгебра

Тема 1.3. Показательная, степенная и логарифмическая функции

Практическая работа № 20 «Решение логарифмических уравнений»

Учебная цель: применить навыки в решении логарифмических уравнений

Образовательные результаты, заявленные во ФГОС СПО:

Студент должен достичь следующих результатов:

личностных: готовность и способность к самостоятельной, творческой и ответственной деятельности; (ОК8)

предметных: обеспечения сформированности логического, алгоритмического и математического мышления (ОК 4); обеспечения сформированности умений применять полученные знания при решении различных задач (ОК5);

метапредметных: готовность и способность к самостоятельной информационно - познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников (ОК4).

Задачи практической работы:

1. Определять область допустимых значений логарифмического выражения.
2. Решать логарифмические уравнения.

Обеспеченность занятия:

Учебно-методическая литература:

Учебно-методическая литература:

1. Богомолов Н.В. Математика: учеб. для ссузов / Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. - 9-е изд., стереотип. – М. : Дрофа, 2013. – 395, [5] с.: ил.
2. Богомолов Н.В. Сборник задач по математике: учеб. пособие для ссузов / Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. - 9-е изд., стереотип. – М. : Дрофа, 2012. – 204, [4] с.: ил.
3. Составитель Степанова Т.С. Алгебра. Весь школьный курс в таблицах/ сост. Т.С. Степанова – Минск: Букмастер: Кузьма, 2012.- 2-е изд.-288с.

Программное обеспечение: по данной теме не имеется. Учебники или конспекты.

Рабочая тетрадь: тетрадь в клетку 48 листов

Раздаточные материалы: инструкционные карты -1 на парту

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы:

Логарифмические уравнения – это уравнения, содержащие переменную величину либо под знаком логарифма, либо в его основании, либо там и там.

При решении логарифмического уравнения обязательно надо находить область определения уравнения.

Решить логарифмическое уравнение можно следующими способами:

1. **На основе определения логарифма.**

Пример 1) $\log_2 (x^2 - 4x + 12) = 3$.

Решение: $\log_2 (x^2 - 4x + 12) = 3 \Rightarrow x^2 - 4x + 12 = 2^3 \Rightarrow x^2 - 4x + 12 - 8 = 0$
 $\Rightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow x = 2$.

2. Используя основные свойства логарифмов.

Пример 2) $\log_2 x + \log_2 (x - 1) = \log_2 (2x^2 - 6)$.

Решение: $\log_2 x + \log_2 (x - 1) = \log_2 (2x^2 - 6) \Rightarrow$ используя свойство 2 логарифмов - сумма логарифмов двух чисел равна логарифму произведения этих чисел, получаем

$$\log_2 (x \cdot (x-1)) = \log_2 (2x^2 - 6) \Rightarrow x \cdot (x-1) = 2x^2 - 6 \Rightarrow x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow x_1 = -2; x_2 = 3$$

$x_1 = -2$ из решений уходит, т.к. $\log_2 (-2)$ не существует.

Пример 3) $2 \cdot \lg^2 x - \lg x^3 - 2 = 0$. ОДЗ: $x > 0$

Решение: $2 \cdot \lg^2 x - \lg x^3 - 2 = 0 \Rightarrow$ на основании свойства 4 - логарифм степени равен произведению показателя степени на логарифм основания степени - имеем, $\lg x^3 = 3 \lg x$, отсюда данное уравнение можно записать так: $2 \cdot \lg^2 x - 3 \lg x - 2 = 0$.

Пусть $\lg x = z$, тогда $2z^2 - 3z - 2 = 0 \Rightarrow z_1 = -0,5; z_2 = 2$.

Имеем: $\lg x = z_1 = -0,5 \Rightarrow x_1 = 10^{-0,5} = \frac{1}{\sqrt{10}}$, $\lg x = z_2 = 2 \Rightarrow x = 10^2 = 100$.

3. Приведение к одному основанию.

Пример 4) $\log_{16} x + \log_4 x + \log_2 x = 7$; ОДЗ: $x > 0$

Решение. $\log_{16} x + \log_4 x + \log_2 x = 7 \Rightarrow$ перейдем к логарифму с основанием 2
 $\Rightarrow$

$\Rightarrow \log_{2^4} x + \log_{2^2} x + \log_2 x = 7 \Rightarrow$ по формуле 3 формул зависимости между основаниями имеем $\Rightarrow \frac{1}{4} \log_2 x + \frac{1}{2} \log_2 x + \log_2 x = 7 \Rightarrow \frac{7}{4} \log_2 x = 7 \Rightarrow \log_2 x = 7 : \frac{7}{4}$

$$\Rightarrow \log_2 x = 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = 2^4 \Rightarrow x = 16.$$

4. Приведение к квадратному уравнению.

Пример 5). $2 \log_{0,3}^2 x - 7 \log_{0,3} x - 4 = 0$; ОДЗ: $x > 0$

Решение. $2 \log_{0,3}^2 x - 7 \log_{0,3} x - 4 = 0$; Введем новую переменную:

$\log_{0,3} x = y$. Получим новое уравнение: $2y^2 - 7y - 4 = 0$, которое решаем как полное квадратное уравнение через дискриминант: $D = (-7)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-4) = 49 + 32 = 81$; $y_1 = \frac{7+9}{2 \cdot 2} = 4$; $y = \frac{7-9}{2 \cdot 2} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$. Возвращаемся к нашей подстановке:

$$\log_{0,3} x = 4; x_1 = 0,3^4;$$

$$x_1 = 0,0081; x_2 = 0,3^{\frac{1}{2}}; x_2 = \sqrt{0,3}.$$

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию

1. Дать определение логарифмического уравнения.

2. При решении логарифмического уравнения, что необходимо определить?
3. Какие способы решения логарифмического уравнения вы знаете?
4. Какие утверждения относительно равносильности неравенств используются в процессе решения логарифмических неравенств?

Инструкция по выполнению практической работы

Каждый вариант работы состоит из нескольких задач. Обучающийся должен решить задачи по варианту, номер которого укажет преподаватель.

При выполнении практических работ надо придерживаться следующих правил:

1. Практическую работу следует выполнять в тетради чернилами черного или синего цвета, оставляя поля.
2. На обложке тетради должны быть ясно написаны фамилия обучающегося, его номер специальности, название дисциплины, номер подгруппы.
3. В заголовке работы должны быть указаны номер практической работы, тема практической работы, номер варианта.
4. В работу должны быть включены задачи, указанные в практической работе, строго по предложенному варианту.
5. Перед решением каждой задачи надо выписать полностью ее условие.
6. Решение задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые рисунки.
7. После получения проверенной работы, студент должен исправить все отмеченные ошибки.

Основные требования к обработке результатов расчетов и оформлению отчетов.

Отчет по практической работе должен содержать:

1. Номер и тему практической работы, номер варианта.
2. Номер задачи и ее условие.
3. Подробное решение каждой задачи.
4. Полный ответ к каждой задаче

Критериями оценки результатов работы студентов являются:

1. уровень усвоения студентом учебного материала;
2. умение студента использовать теоретические знания при выполнении практических задач;
3. сформированность ключевых (общеучебных) компетенций;
4. обоснованность и четкость изложения материала;
5. уровень оформления работы.

Задания для практической работы.

Вариант 1.

Решите уравнения:

- а) $\log_2 x = -2$; б) $\log_{\frac{1}{2}} x + 5\log_{\frac{1}{2}} x - 2 = 0$; в) $\log_p \log_3 \log_2 x = 0$;
 г) $\log_3 x + \log_9 x + \log_{81} x = \frac{3}{4}$; д) $x^{\lg x} = 100x$; е)

$$\lg(x^2 - 17) - \lg(2x - 2) = 0$$

Вариант 2.

Решите уравнения:

- а) $\log_{0,2} x = 4$; б) $\log_4 x - \log_4 x - 2 = 0$; в) $\log_3 x + \log_x 3 = 2$;

г) $x^{\lg x} = 10$; д) $\log_5(2x+1) + \log_5(16x-7) = 3$; е) $\log_7 4 = \log_7 x - \log_7 9$;
;

Вариант 3.

Решите уравнения:

а) $\log_x 3 = \frac{1}{2}$; б) $\log_x(2x^2 - 3x) = 1$; в) $\log_2(2x-1) + \log_2(x+5) = \log_2 13$;
;
г) $x^{\log_3 x - 3} = \frac{1}{9}$; д) $3\log_4^2 x - 7\log_4 x + 2 = 0$; е)
 $2\log_x 5 - 3 = -\log_5 x$;

Вариант 4.

Решите уравнения:

а) $\log_x \frac{1}{16} = -4$; б) $\log_{11}(x+4) + \log_{11}(x-7) = \log_{11}(7-x)$; в) $\log_2 \log_3(x-4) = 0$;
г) $\log_2 x + \log_4 x + \log_{16} x = 14$; д) $x^{\lg x - 2} = 1000$; е) $2\log_{16}^2 x - \log_{16} x = 0$;

Вариант 5.

Решите уравнения:

а) $\log_x 8 = -\frac{1}{3}$; б) $\log_4 \log_3 \log_2 x = 0$; в) $\log_5(x^2 - 2x + 4) = \log_5(2x^2 + 5x + 10)$;
г) $x^{1+\lg x} = 10x$; д) $2\log_5(3x-1) - \log_5(12x+1) = 0$; е)
 $\log_2 x + 9\log_x 2 = 10$;

Вариант 6.

Решите уравнения:

а) $\log_5 x = 2$; б) $\log_3 x + \log_9 x + \log_{27} x = \frac{11}{12}$; в) $\log_4 \log_3 \log_2 x = \frac{1}{2}$;
г) $\lg x + \lg(x+3) = 1$; д) $x^{\log_2 x + 4} = 32$; е) $\log_7 x - 1 = 6\log_x 7$;

Раздел 1. Алгебра

Тема 1.3. Показательная, степенная и логарифмическая функции

Практическая работа № 21 «Решение логарифмических неравенств»

Учебная цель: применить навыки в решении логарифмических неравенств

Образовательные результаты, заявленные во ФГОС СПО:

Студент должен достичь следующих результатов:

личностных: готовность и способность к самостоятельной, творческой и ответственной деятельности; (ОК8)

предметных: Обеспечения сформированности логического, алгоритмического и математического мышления (ОК 4); обеспечения сформированности умений применять полученные знания при решении различных задач (ОК5);

метапредметных: готовность и способность к самостоятельной информационно - познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников (ОК4).

Задачи практической работы:

1. Определять область допустимых значений логарифмического выражения.
2. Решать логарифмические уравнения.

Обеспеченность занятия:

Учебно-методическая литература:

Учебно-методическая литература:

1. Богомолов Н.В. Математика: учеб. для ссузов / Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. - 9-е изд., стереотип. – М. : Дрофа, 2013. – 395, [5] с.: ил.
2. Богомолов Н.В. Сборник задач по математике: учеб. пособие для ссузов / Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. - 9-е изд., стереотип. – М. : Дрофа, 2012. – 204, [4] с.: ил.
3. Составитель Степанова Т.С. Алгебра. Весь школьный курс в таблицах/ сост. Т.С. Степанова – Минск: Букмастер: Кузьма, 2012.- 2-е изд.-288с.

Программное обеспечение: по данной теме не имеется. Учебники или конспекты.

Рабочая тетрадь: тетрадь в клетку 48 листов

Раздаточные материалы: инструкционные карты -1 на парту

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы:

Простейшими логарифмическими неравенствами являются неравенства вида

$$\log_a x > b, \quad (1)$$

$$\log_a x < b, \quad (2)$$

где a и b некоторые действительные числа ($a > 0$, $a \neq 1$).

В зависимости от значений a множества решений неравенства (1) будут следующими:

1) при $a > 1$ $x \in (a^b; +\infty)$;

2) при $0 < a < 1$ $x \in (0; a^b)$,

а неравенства (2) - следующими:

1) при $a > 1$ $x \in (0; a^b)$;

2) при $0 < a < 1$ $x \in (a^b; +\infty)$.

✓ Решая логарифмические неравенства, помните о значении основания логарифма. (Проверяйте, оно больше или меньше 1).

✓ Алгоритм решения логарифмического неравенства:

- 1) Найдите область определения неравенства: под знаком логарифма должно быть число положительное; основание логарифма число положительное, отличное от 1.
- 2) Преобразуйте неравенство так, чтобы слева и справа были логарифмы с одинаковыми основаниями. Решите неравенство.
- 3) Решите систему неравенств, задающих область определения, и неравенства, являющегося решением пункта 2.

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию

1. Дать определение логарифмического уравнения.
2. При решении логарифмического уравнения, что необходимо определить?
3. Какие способы решения логарифмического уравнения вы знаете?
4. Какие утверждения относительно равносильности неравенств используются в процессе решения логарифмических неравенств?

Инструкция по выполнению практической работы

Каждый вариант работы состоит из нескольких задач. Обучающийся должен решить задачи по варианту, номер которого укажет преподаватель.

При выполнении практических работ надо придерживаться следующих правил:

1. Практическую работу следует выполнять в тетради чернилами черного или синего цвета, оставляя поля.
2. На обложке тетради должны быть ясно написаны фамилия обучающегося, его номер специальности, название дисциплины, номер подгруппы.
3. В заголовке работы должны быть указаны номер практической работы, тема практической работы, номер варианта.
4. В работу должны быть включены задачи, указанные в практической работе, строго по предложенному варианту.
5. Перед решением каждой задачи надо выписать полностью ее условие.
6. Решение задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые рисунки.
7. После получения проверенной работы, студент должен исправить все отмеченные ошибки.

Основные требования к обработке результатов расчетов и оформлению отчетов.

Отчет по практической работе должен содержать:

1. Номер и тему практической работы, номер варианта.
2. Номер задачи и ее условие.
3. Подробное решение каждой задачи.
4. Полный ответ к каждой задаче

Критериями оценки результатов работы студентов являются:

1. уровень усвоения студентом учебного материала;
2. умение студента использовать теоретические знания при выполнении практических задач;
3. сформированность ключевых (общеучебных) компетенций;
4. обоснованность и четкость изложения материала;
5. уровень оформления работы.

Задания для практической работы.

Вариант 1.

Решите неравенства:

а) $\log_2 x > -2$; б) $\log_{\frac{1}{5}}(x-1) \geq -1$; в) $\log_2(5x-9) \leq \log_2(3x+1)$;
 г) $(\log_2 x)^2 > 4 \log_2 x - 3$

Вариант 2.

Решите неравенства:

а) $\log_{0,2} x < 4$; б) $\log_3(x+7) \leq 3$; в) $\log_3(x^2+6) > \log_3 5x$;
 г) $(\log_4 x)^2 + \log_4 x \leq 2$

Вариант 3.

Решите неравенства:

а) $\log_x 3 \leq \frac{1}{2}$; б) $\log_{11}(5x-1) < 1$; в) $\lg(x^2-8) \leq \lg(2-9x)$;
 г) ;

Вариант 4.

Решите неравенства:

а) $\log_x \frac{1}{16} \geq -4$; б) $\log_{\frac{1}{3}}(x+15) < -2$; в) г)

Вариант 5.

Решите неравенства:

а) $\log_x 8 > -\frac{1}{3}$; б) $\log_{\frac{1}{10}}(-4x) \geq -1$; в)
 г);

Вариант 6.

Решите неравенства:

а) $\log_5 x < 2$; б) $\lg(2-5x) \geq 2$; в)
 г) $\log_7 x - 1 = 6 \log_x 7$;

Раздел 1. Алгебра

Тема 1.4. Тригонометрические функции

Практическая работа №22 «Вычисления значений тригонометрических функций одного аргумента по заданному значению одной из них».

Учебная цель: закрепить навыки в преобразовании тригонометрических выражений.

Образовательные результаты, заявленные во ФГОС СПО:

Студент должен достичь следующих результатов:

личностных: готовность и способность к самостоятельной, творческой и ответственной деятельности; (ОК8)

предметных: Обеспечения сформированности логического, алгоритмического и математического мышления (Ок 4); обеспечения сформированности умений применять полученные знания при решении различных задач (Ок5);

метапредметных: готовность и способность к самостоятельной информационно - познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников (ОК4);

Задачи практической работы:

1. Применять основные тригонометрические тождества для вычисления значений тригонометрических функций по одной из них. функций по одной из них.

Обеспеченность занятия:

Учебно-методическая литература:

Учебно-методическая литература:

1. Богомолов Н.В. Математика: учеб. для ссузов / Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. - 9-е изд., стереотип. - М. : Дрофа, 2013. - 395, [5] с.: ил.
2. Богомолов Н.В. Сборник задач по математике: учеб. пособие для ссузов / Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. - 9-е изд., стереотип. - М. : Дрофа, 2012. - 204, [4] с.: ил.
3. Составитель Степанова Т.С. Алгебра. Весь школьный курс в таблицах / сост. Т.С. Степанова - Минск: Букмастер: Кузьма, 2012. - 2-е изд. - 288с.

Программное обеспечение: по данной теме не имеется. Учебники или конспекты.

Рабочая тетрадь: тетрадь в клетку 48 листов

Раздаточные материалы: инструкционные карты -1 на парту

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы:

Знаки, числовые значения и свойства четности и нечетности тригонометрических функций:

Свойства четности и нечетности тригонометрических функций выражаются следующими формулами:

1. $\sin(-\alpha) = -\sin\alpha;$
2. $\cos(-\alpha) = \cos\alpha;$
3. $\operatorname{tg}(-\alpha) = -\operatorname{tg}\alpha;$
4. $\operatorname{ctg}(-\alpha) = -\operatorname{ctg}\alpha;$

Знаки тригонометрических функций по четвертям:

четверть функция	I четверть $0 < \alpha < \pi/2$	II четверть $\pi/2 < \alpha < \pi$	III четверть $\pi < \alpha < 3\pi/2$	IV четверть $3\pi/2 < \alpha < 2\pi$
$\sin\alpha$	+	+	-	-
$\cos\alpha$	+	-	-	+
$\operatorname{tg}\alpha$	+	-	+	-
$\operatorname{ctg}\alpha$	+	-	+	-

Значения тригонометрических функций по четвертям:

	I четверть					II четверть					III четверть					IV четверть				
	°	0°	5°	0°		0°	20°	35°	50°		10°	25°	40°	70°		00°	15°	30°	60°	
$\sin\alpha$																				p

															$\frac{7\pi}{4}$		
										$\frac{1}{2}$			1		$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	
$\cos \alpha$						$\frac{1}{2}$			1			$\frac{1}{2}$					
$\sin \alpha$								1							1		
$\tan \alpha$								1							1		

Основные формулы тригонометрии

I. Основные тригонометрические тождества:

$$1. \quad \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \begin{cases} \sin \alpha = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}; \\ \cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} \end{cases};$$

$$2. \quad \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha};$$

$$3. \quad \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha};$$

$$4. \quad \tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1 \Rightarrow \begin{cases} \tan \alpha = \frac{1}{\cot \alpha}; \\ \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} \end{cases};$$

$$5. \quad 1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \begin{cases} \cos \alpha = \pm \sqrt{\frac{1}{1 + \tan^2 \alpha}}; \\ \tan \alpha = \pm \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1} \end{cases};$$

$$6. \quad 1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow \begin{cases} \sin \alpha = \pm \sqrt{\frac{1}{1 + \cot^2 \alpha}}; \\ \cot \alpha = \pm \sqrt{\frac{1}{\sin^2 \alpha} - 1} \end{cases};$$

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию

1. Дать определение тригонометрических функций острого угла.
2. Дать определение тригонометрических функций числового аргумента.
3. Записать основные тригонометрические тождества.

Инструкция по выполнению практической работы

Каждый вариант работы состоит из нескольких задач. Обучающийся

должен решить задачи по варианту, номер которого укажет преподаватель.

При выполнении практических работ надо придерживаться следующих правил:

1. Практическую работу следует выполнять в тетради чернилами черного или синего цвета, оставляя поля.
2. На обложке тетради должны быть ясно написаны фамилия обучающегося, его номер специальности, название дисциплины, номер подгруппы.
3. В заголовке работы должны быть указаны номер практической работы, тема практической работы, номер варианта.
4. В работу должны быть включены задачи, указанные в практической работе, строго по предложенному варианту.
5. Перед решением каждой задачи надо выписать полностью ее условие.
6. Решение задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые рисунки.
7. После получения проверенной работы, студент должен исправить все отмеченные ошибки.

Основные требования к обработке результатов расчетов и оформлению отчетов.

Отчет по практической работе должен содержать:

1. Номер и тему практической работы, номер варианта.
2. Номер задачи и ее условие.
3. Подробное решение каждой задачи.
4. Полный ответ к каждой задаче

Критериями оценки результатов работы студентов являются:

1. уровень усвоения студентом учебного материала;
2. умение студента использовать теоретические знания при выполнении практических задач;
3. сформированность ключевых (общеучебных) компетенций;
4. обоснованность и четкость изложения материала;
5. уровень оформления работы.

Задания для практической работы.

Вариант 1.

1.Вычислить: $2 \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) + 2 \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) - 3 \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{3}\right) + \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2}\right) =$

2. Определить знак выражения: $\frac{\sin 205^\circ \cdot \cos 275^\circ}{\operatorname{tg} 200^\circ \cdot \operatorname{ctg} 105^\circ}$

3. Вычислить значения $\cos \alpha$, $\operatorname{tg} \alpha$, $\operatorname{ctg} \alpha$, если $\sin \alpha = -0,6$ и $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$.

4. Упростить выражения:

а) $\left(\frac{\sin \alpha}{\operatorname{tg} \alpha}\right)^2 + \left(\frac{\cos \alpha}{\operatorname{ctg} \alpha}\right)^2 - \sin^2 \alpha =$

б) $1 - \sin^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha \sin^2 \alpha =$

Вариант 2.

1.Вычислить: $\cos^3\left(-\frac{\pi}{6}\right) - 2 \operatorname{tg}^3\left(-\frac{\pi}{6}\right) + \sin^3\left(-\frac{\pi}{6}\right) =$

2. Определить знак выражения: $\frac{\cos 175^\circ \cdot \operatorname{ctg} 300^\circ}{\sin 297^\circ \cdot \operatorname{tg} 135^\circ}$

3. Вычислить значения $\sin \alpha$, $\operatorname{tg} \alpha$, $\operatorname{ctg} \alpha$, если $\cos \alpha = -\frac{9}{41}$ и $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

4. Упростить выражения:

а) $\frac{1}{1+\operatorname{ctg}^2 \alpha} + \frac{1}{1+\operatorname{tg}^2 \alpha} =$

б) $\frac{\sin \alpha \cdot \sin \beta}{\cos \alpha \cdot \cos \beta} \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta + 1 =$

Вариант 3.

1. Вычислить:
$$\frac{5 + \operatorname{ctg}^4\left(\frac{\pi}{6}\right) - \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4}\right)}{\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{4}\right) - 4\cos^2\left(\frac{\pi}{3}\right) - 8\sin^3\left(\frac{\pi}{6}\right)} =$$

2. Определить знак выражения:
$$\frac{\sin 310^\circ \cdot \cos^2 170^\circ}{\operatorname{tg} 190^\circ \cdot \operatorname{ctg} 92^\circ}$$

3. Вычислить значения $\cos \alpha$, $\operatorname{tg} \alpha$, $\operatorname{ctg} \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{12}{13}$ и $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

4. Упростить выражения:

а) $(\sin \alpha + \cos \alpha) : \left(\frac{1}{\sin \alpha} + \frac{1}{\cos \alpha}\right) =$

б) $\frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta} =$

Вариант 4.

1. Вычислить:
$$\frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{4}\right)}{\sin^2\left(\frac{\pi}{6}\right)} + \frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{6}\right)}{\sin^2\left(\frac{\pi}{4}\right)} =$$

2. Определить знак выражения:
$$\frac{\cos 75^\circ \cdot \operatorname{tg}^2 305^\circ \cdot \sin 95^\circ}{\operatorname{ctg} 293^\circ \cdot \cos 269^\circ}$$

3. Вычислить значения $\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $\operatorname{ctg} \alpha$, если $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{8}{15}$ и $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

4. Упростить выражения:

а) $\frac{\sin \alpha \cdot \cos \beta}{\cos \alpha \cdot \sin \beta} \cdot \operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta + 1 =$

б) $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha + 2\sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha =$

Вариант 5.

1. Вычислить:
$$\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) - 2\operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) \operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{2}\right) =$$

2. Определить знак выражения:
$$\frac{\sin 125^\circ \cdot \cos 275^\circ}{\operatorname{tg} 295^\circ \cdot \operatorname{ctg} 175^\circ}$$

3. Вычислить значения $\cos \alpha$, $\sin \alpha$, $\operatorname{ctg} \alpha$, если $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{40}{41}$ и $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$.

4. Упростить выражения:

а) $\frac{\operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} \cdot \frac{\operatorname{ctg}^2 \alpha - 1}{\operatorname{ctg} \alpha} =$ б) $\sin \alpha : \left(\frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1\right) + \cos^2 \alpha : \left(\frac{1}{\sin^2 \alpha} - 1\right) =$

Вариант 6.

1. Вычислить:
$$\sin^2\left(\frac{\pi}{4}\right) - 2\cos^2\left(\frac{\pi}{3}\right) - 5\operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4}\right) =$$

2. Определить знак выражения: $\frac{\sin 235^\circ \cdot \operatorname{ctg} 215^\circ}{\operatorname{tg}^2 95^\circ \cdot \cos^2 265^\circ}$

3. Вычислить значения $\sin \alpha$, $\operatorname{tg} \alpha$, $\operatorname{ctg} \alpha$, если $\cos \alpha = -\frac{5}{13}$ и $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

4. Упростить выражения:

а) $\left(\frac{\sin \alpha}{\operatorname{tg} \alpha}\right)^2 + \left(\frac{\cos \alpha}{\operatorname{ctg} \alpha}\right)^2 - \sin^2 \alpha =$

б) $\frac{1 - \sin^2 \alpha}{1 - \cos^2 \alpha} : \frac{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} =$

Раздел 1. Алгебра

Тема 1.4. Тригонометрические функции

Практическая работа №23 «Преобразовывать тригонометрические выражения, используя основные тригонометрические тождества»

Учебная цель: закрепить навыки в преобразовании тригонометрических выражений.

Образовательные результаты, заявленные во ФГОС СПО:

Студент должен достичь следующих результатов:

личностных: готовность и способность к самостоятельной, творческой и ответственной деятельности; (ОК8)

предметных: Обеспечения сформированности логического, алгоритмического и математического мышления (Ок 4); обеспечения сформированности умений применять полученные знания при решении различных задач(Ок5)

метапредметных: готовность и способность к самостоятельной информационно - познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников (ОК4);

Задачи практической работы:

1. Применять основные тригонометрические тождества для вычисления значений тригонометрических функций и применять при вычислении значения тригонометрического выражения и упрощения его.

Обеспеченность занятия:

Учебно-методическая литература:

Учебно-методическая литература:

1.Богомолов Н.В. Математика: учеб.для ссузов / Н.В.Богомолов, П.И.Самойленко. - 9-е изд., стереотип. – М. : Дрофа, 2013. – 395,[5] с.: ил.

2.Богомолов Н.В. Сборник задач по математике: учеб.пособие для ссузов / Н.В.Богомолов, П.И.Самойленко. - 9-е изд., стереотип. – М. : Дрофа, 2012. – 204, [4] с.: ил.

3.Составитель Степанова Т.С. Алгебра. Весь школьный курс в таблицах/ сост.Т.С. Степанова – Минск: Букмастер: Кузьма, 2012.- 2-е изд.-288с.

Программное обеспечение: по данной теме не имеется. Учебники или конспекты.

Рабочая тетрадь: тетрадь в клетку 48 листов

Раздаточные материалы: инструкционные карты -1 на парту

**Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме
практической работы:**

Основные формулы тригонометрии

I. Основные тригонометрические тождества:

$$1. \quad \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \begin{cases} \sin \alpha = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}; \\ \cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} \end{cases};$$

$$2. \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha};$$

$$3. \quad \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha};$$

$$4. \quad \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1 \Rightarrow \begin{cases} \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{ctg} \alpha}; \\ \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} \end{cases};$$

$$5. \quad 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \begin{cases} \cos \alpha = \pm \sqrt{\frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}}; \\ \operatorname{tg} \alpha = \pm \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1} \end{cases};$$

$$6. \quad 1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow \begin{cases} \sin \alpha = \pm \sqrt{\frac{1}{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}}; \\ \operatorname{ctg} \alpha = \pm \sqrt{\frac{1}{\sin^2 \alpha} - 1} \end{cases};$$

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию

1. Дать определение тригонометрических функций острого угла.
2. Дать определение тригонометрических функций числового аргумента.
3. Записать основные тригонометрические тождества.

Инструкция по выполнению практической работы

Каждый вариант работы состоит из нескольких задач. Обучающийся должен решить задачи по варианту, номер которого укажет преподаватель.

При выполнении практических работ надо придерживаться следующих правил:

1. Практическую работу следует выполнять в тетради чернилами черного или синего цвета, оставляя поля.
2. На обложке тетради должны быть ясно написаны фамилия обучающегося, его номер специальности, название дисциплины, номер подгруппы.
3. В заголовке работы должны быть указаны номер практической работы, тема практической работы, номер варианта.
4. В работу должны быть включены задачи, указанные в практической работе, строго по предложенному варианту.
5. Перед решением каждой задачи надо выписать полностью ее условие.
6. Решение задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые рисунки.

7. После получения проверенной работы, студент должен исправить все отмеченные ошибки.

Основные требования к обработке результатов расчетов и оформлению отчетов.

Отчет по практической работе должен содержать:

1. Номер и тему практической работы, номер варианта.
2. Номер задачи и ее условие.
3. Подробное решение каждой задачи.
4. Полный ответ к каждой задаче

Критериями оценки результатов работы студентов являются:

1. уровень усвоения студентом учебного материала;
2. умение студента использовать теоретические знания при выполнении практических задач;
3. сформированность ключевых (общеучебных) компетенций;
4. обоснованность и четкость изложения материала;
5. уровень оформления работы.

Задания для практической работы.

Вариант 1.

1. Упростить выражения:

$$\text{а) } \left(\frac{\sin \alpha}{\operatorname{tg} \alpha} \right)^2 + \left(\frac{\cos \alpha}{\operatorname{ctg} \alpha} \right)^2 - \sin^2 \alpha = \quad \text{б) } 1 - \sin^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha \sin^2 \alpha =$$

2. Доказать тождество: $\frac{1}{1+\operatorname{tg}^2 \alpha} + \frac{1}{\operatorname{ctg}^2 \alpha} = 1$

Вариант 2.

1. Упростить выражения:

$$\text{а) } \frac{1}{1+\operatorname{ctg}^2 \alpha} + \frac{1}{1+\operatorname{tg}^2 \alpha} = \quad \text{б) } \frac{\sin \alpha \cdot \sin \beta}{\cos \alpha \cdot \cos \beta} \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta + 1 =$$

2. Доказать тождество: $\frac{\sin \alpha}{1-\cos \alpha} = \frac{1+\cos \alpha}{\sin \alpha};$

Вариант 3.

1. Упростить выражения:

$$\text{а) } (\sin \alpha + \cos \alpha) : \left(\frac{1}{\sin \alpha} + \frac{1}{\cos \alpha} \right) = \quad \text{б) } \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta} =$$

2. Доказать тождество: $1 + \sin \alpha + \cos \alpha + \operatorname{tg} \alpha = (1 + \cos \alpha) \cdot (1 + \operatorname{tg} \alpha);$

Вариант 4.

1. Упростить выражения:

$$\text{а) } \frac{\sin \alpha \cdot \cos \beta}{\cos \alpha \cdot \sin \beta} \cdot \operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta + 1 = \quad \text{б) } \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha + 2 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha =$$

2. Доказать тождество: $\operatorname{tg}^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \sin^2 \alpha \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha;$

Вариант 5.

1. Упростить выражения:

$$\text{а) } \frac{\operatorname{tg} \alpha}{1-\operatorname{tg}^2 \alpha} \cdot \frac{\operatorname{ctg}^2 \alpha - 1}{\operatorname{ctg} \alpha} = \text{б) } \sin \alpha : \left(\frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1 \right) + \cos^2 \alpha : \left(\frac{1}{\sin^2 \alpha} - 1 \right) =$$

2. Доказать тождество: $\frac{\sin \alpha}{1+\cos \alpha} + \frac{1+\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{2}{\sin \alpha};$

Вариант 6.

1. Упростить выражения:

$$а) \left(\frac{\sin \alpha}{\operatorname{tg} \alpha} \right)^2 + \left(\frac{\cos \alpha}{\operatorname{ctg} \alpha} \right)^2 - \sin^2 \alpha = \quad б) \frac{1 - \sin^2 \alpha}{1 - \cos^2 \alpha} : \frac{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} =$$

$$2. \text{ Доказать тождество: } \frac{\sin x}{1 + \operatorname{ctg} x} + \frac{\cos x}{1 + \operatorname{tg} x} = \frac{1}{\sin x + \cos x};$$

Раздел 1. Алгебра

Тема: 1.4. Тригонометрические функции

Практическая работа №24 «Преобразовывать тригонометрические выражения, используя основные тригонометрические формулы»

Учебная цель: закрепить навыки в преобразовании тригонометрических выражений.

Образовательные результаты, заявленные во ФГОС СПО:

Студент должен достичь следующих результатов:

личностных: готовность и способность к самостоятельной, творческой и ответственной деятельности (ОК8);

предметных: Обеспечения сформированности логического, алгоритмического и математического мышления (ОК 4); обеспечения сформированности умений применять полученные знания при решении различных задач (ОК5)

метапредметных: готовность и способность к самостоятельной информационно - познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников; (ОК4)

Задачи практической работы:

1 Изучить основные формулы тригонометрии: формулы сложения, удвоения, преобразования суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму и применять при вычислении значения тригонометрического выражения и упрощения его.

Обеспеченность занятия:

Учебно-методическая литература:

Учебно-методическая литература:

1. Богомолов Н.В. Математика: учеб. для ссузов / Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. - 9-е изд., стереотип. - М. : Дрофа, 2013. - 395, [5] с.: ил.

2. Богомолов Н.В. Сборник задач по математике: учеб. пособие для ссузов / Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. - 9-е изд., стереотип. - М.: Дрофа, 2012 - 204, [4] с.: ил.

3. Составитель Степанова Т.С. Алгебра. Весь школьный курс в таблицах / сост. Т.С. Степанова - Минск: Букмастер: Кузьма, 2012. - 2-е изд. - 288с.

Программное обеспечение: по данной теме не имеется. Учебники или конспекты.

Рабочая тетрадь: тетрадь в клетку 48 листов

Раздаточные материалы: инструкционные карты -1 на парту

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы:

Формулы сложения:

$$1. \sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha \quad 2. \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha$$

$$3. \cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \quad 4. \cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$5. \operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta} \quad 6. \operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$$

$$7. \operatorname{ctg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta - 1}{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta} \quad 8. \operatorname{ctg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta + 1}{\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{ctg} \beta}$$

Тригонометрические функции двойного аргумента:

$$1. \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$2. \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha, \text{ или } \cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha, \text{ или } \cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$$

$$3. \operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$$

$$4. \operatorname{ctg} 2\alpha = \frac{\operatorname{ctg}^2 \alpha - 1}{2 \operatorname{ctg} \alpha}$$

Тригонометрические функции половинного аргумента:

$$1. \sin \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}} \quad 2. \cos \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}$$

$$3. \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}} \quad 4. \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{1 - \cos \alpha}}$$

$$5. \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} \quad 6. \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$7. \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} = \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha} \quad 8. \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha}$$

V. Преобразование произведения тригонометрических функций в сумму:

$$1. \sin \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2} [\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)];$$

$$2. \cos \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)];$$

$$3. \sin \alpha \cdot \sin \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)];$$

VI. Преобразование алгебраической суммы тригонометрических функций в произведение:

$$1. \sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2};$$

$$2. \sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin \frac{\alpha - \beta}{2};$$

$$3. \cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2};$$

$$4. \cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin \frac{\alpha - \beta}{2};$$

$$5. \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \alpha \cdot \cos \beta};$$

$$6. \operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos \alpha \cdot \cos \beta};$$

Формулы приведения

Функция аргумент	Sin	Cos	tg	ctg
$-\alpha$	$-\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$

$\frac{\pi}{2} - \alpha \quad (90^\circ - \alpha)$	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$
$\frac{\pi}{2} + \alpha \quad (90^\circ + \alpha)$	$\cos \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$
$\pi - \alpha \quad (180^\circ - \alpha)$	$\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$
$\pi + \alpha \quad (180^\circ + \alpha)$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$
$\frac{3\pi}{2} - \alpha \quad (270^\circ - \alpha)$	$-\cos \alpha$	$-\sin \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$
$\frac{3\pi}{2} + \alpha \quad (270^\circ + \alpha)$	$-\cos \alpha$	$\sin \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$
$2\pi - \alpha \quad (360^\circ - \alpha)$	$-\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$
$2\pi + \alpha \quad (360^\circ + \alpha)$	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию

1. Дать определение тригонометрических функций острого угла.
2. Дать определение тригонометрических функций числового аргумента.
3. Записать основные тригонометрические формулы.
4. Формулы сложения.
5. Формулы двойного аргумента.
6. Формулы половинного аргумента.

Инструкция по выполнению практической работы

Каждый вариант работы состоит из нескольких задач. Обучающийся должен решить задачи по варианту, номер которого укажет преподаватель.

При выполнении практических работ надо придерживаться следующих правил:

1. Практическую работу следует выполнять в тетради чернилами черного или синего цвета, оставляя поля.
2. На обложке тетради должны быть ясно написаны фамилия обучающегося, его номер специальности, название дисциплины, номер подгруппы.
3. В заголовке работы должны быть указаны номер практической работы, тема практической работы, номер варианта.
4. В работу должны быть включены задачи, указанные в практической работе, строго по предложенному варианту.
5. Перед решением каждой задачи надо выписать полностью ее условие.
6. Решение задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые рисунки.
7. После получения проверенной работы, студент должен исправить все отмеченные ошибки.

Основные требования к обработке результатов расчетов и оформлению отчетов.

Отчет по практической работе должен содержать:

1. Номер и тему практической работы, номер варианта.

2. Номер задачи и ее условие.
3. Подробное решение каждой задачи.
4. Полный ответ к каждой задаче

Критериями оценки результатов работы студентов являются:

1. уровень усвоения студентом учебного материала;
2. умение студента использовать теоретические знания при выполнении практических задач;
3. сформированность ключевых (общеучебных) компетенций;
4. обоснованность и четкость изложения материала;
5. уровень оформления работы.

Задания для практической работы.

Вариант 1.

1. Вычислить:

а) $\cos(45^\circ - \alpha)$, если $\cos \alpha = -\frac{1}{3}$ и $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$;

б) $\sin 2\alpha$, если $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ и $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$; в) $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$, если $\cos \alpha = -\frac{7}{25}$ и $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$.

2. Упростить выражения:

$$\sin\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right) \cdot \cos(\pi - \alpha) + \sin(\alpha - \pi) \cdot \sin(\pi + \alpha);$$

3. Доказать тождество: $\frac{\sin(\alpha + \beta) - 2 \sin \alpha \cdot \cos \beta}{2 \sin \alpha \cdot \sin \beta + \cos(\alpha + \beta)} = \operatorname{tg}(\beta - \alpha);$

Вариант 2.

1. Вычислить:

а) $\cos(60^\circ + \alpha)$, если $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ и $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$;

б) $\operatorname{tg} 2\alpha$, если $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ и $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$; в) $\cos \frac{\alpha}{2}$, если $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ и $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$

2. Упростить выражения:
$$\frac{\sin(\alpha - \pi) + \cos\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right)}{\operatorname{ctg}\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) - \operatorname{tg}(\pi + \alpha)} =$$

3. Доказать тождество: $\frac{\sin(\alpha - \beta)}{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta} = \cos \alpha \cdot \cos \beta$

Вариант 3.

1. Вычислить:

а) $\cos(\alpha - \beta)$, если $\cos \alpha = \frac{15}{17}$, $\sin \beta = -0,8$ и $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$; $\beta \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$;

б) $\cos 2\alpha$, если $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ и $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$; в) $\sin \frac{\alpha}{2}$, если $\sin \alpha = \frac{7}{25}$ и $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

2. Упростить выражения:
$$\frac{\cos(\alpha - \pi) \cdot \operatorname{ctg}\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) \cdot \sin(4\pi - \alpha)}{\sin(7\pi + \alpha) \cdot \operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)} =$$

3. Доказать тождество: $\sin(\alpha + \beta) \cdot \cos(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \alpha + \sin \beta \cdot \cos \beta$

Вариант 4.

1. Вычислить:

а) $\sin(\alpha + \beta)$, если $\sin \alpha = 0,6$, $\cos \beta = -\frac{7}{25}$, $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$, $\beta \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$;

б) $\cos 2\alpha$, если $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ и $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$; в) $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$, если $\cos \alpha = -\frac{1}{2}$ и $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

2. Упростить выражения:
$$\frac{1 - \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \beta\right) + \cos(6\pi - \beta)}{1 + \sin(\beta + 8\pi) - \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \beta\right)} =$$

3. Доказать тождество: $\cos \alpha - \cos(60^\circ - \alpha) - \cos(60^\circ + \alpha) = 0$;

Вариант 5.

1. Вычислить:

а) $\sin(\alpha - \beta)$, если $\sin \alpha = \frac{12}{13}$, $\cos \beta = -0,6$, $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$, $\beta \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$;

б) $\sin 2\alpha$, если $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ и $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$; в) $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$, если $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ и $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$

2. Упростить выражения:
$$\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \cos(\alpha - 12\pi) \cdot \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \beta\right)}{\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) - \sin(3\pi - \alpha) \cdot \sin(-\beta - 4\pi)} =$$

3. Доказать тождество: $\sin(\alpha + \beta) \cdot \sin(\alpha - \beta) = \sin^2 \alpha - \sin^2 \beta$

Вариант 6.

1. Вычислить:

а) $\cos(\alpha + \beta)$, если $\cos \alpha = \frac{15}{17}$, $\sin \beta = -\frac{4}{5}$ и $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$; $\beta \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$;

б) $\cos \alpha$, если $\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{24}{25}$ и $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$; в) $\sin \frac{\alpha}{2}$, если $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$

2. Упростить выражения: $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \cdot \cos(2\pi + \alpha) - \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) \cdot \sin(3\pi - \alpha) =$

3. Доказать тождество: $\cos \beta + \cos\left(\frac{2\pi}{3} + \beta\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{3} - \beta\right) = 0$.

Раздел 1. Алгебра

Тема 1.4. Тригонометрические функции

Практическая работа №25, 26 « Обратные тригонометрические функции. Простейшие тригонометрические уравнения»

Учебная цель: закрепить навыки в преобразовании тригонометрических выражений.

Образовательные результаты, заявленные во ФГОС СПО:

Студент должен достичь следующих результатов:

личностных: готовность и способность к самостоятельной, творческой и ответственной деятельности; (ОК8)

предметных: Обеспечения сформированности логического, алгоритмического и математического мышления (Ок 4); обеспечения сформированности умений применять полученные знания при решении различных задач (Ок5);

метапредметных: готовность и способность к самостоятельной информационно - познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников (ОК4);

Задачи практической работы:

1. Решать по формулам и по тригонометрическому кругу простейшие тригонометрические уравнения.

2. Применять общие методы решения уравнений (приведение к линейному, квадратному, метод разложения на множители, замены переменной) при решении тригонометрических уравнений.

Обеспеченность занятия:

Учебно-методическая литература:

Учебно-методическая литература:

1. Богомолов Н.В. Математика: учеб. для ссузов / Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. - 9-е изд., стереотип. - М.: Дрофа, 2013. - 395, [5] с.: ил.

2. Богомолов Н.В. Сборник задач по математике: учеб. пособие для ссузов / Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. - 9-е изд., стереотип. - М.: Дрофа, 2012 - 204, [4] с.: ил.

3. Составитель Степанова Т.С. Алгебра. Весь школьный курс в таблицах / сост. Т.С. Степанова - Минск: Букмастер: Кузьма, 2012. - 2-е изд. - 288с.

Программное обеспечение: по данной теме не имеется. Учебники или конспекты.

Рабочая тетрадь: тетрадь в клетку 48 листов

Раздаточные материалы: инструкционные карты -1 на парту

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы:

1. Арксинусом числа $m \in [-1; 1]$ называется такое число $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$, синус

которого равен m :

$$\arcsin m = x, \text{ если } \sin x = m \text{ и } -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}.$$

2. Арккосинусом чисел $m \in [-1; 1]$ называется такое число $x \in [0; \pi]$, косинус которого равен m : $\arccos m = x$, если $\cos x = m$ и $0 \leq x \leq \pi$.

3. Арктангенсом чисел $m \in \mathbb{R}$ называется такое число $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$, тангенс которого равен m : $\arctg m = x$, если $\tg x = m$ и $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

4. Арккотангенсом чисел $m \in \mathbb{R}$ называется такое число $x \in [0; \pi]$, котангенс которого равен m : $\text{arcctg} m = x$, если $\text{ctg} x = m$ и $0 \leq x \leq \pi$.

Уравнения вида $\sin x = m$, $\cos x = m$, $\tg x = m$, $\text{ctg} x = m$ называются простейшими тригонометрическими уравнениями.

Вид уравнения	Общее его решение
1. $\sin x = m$, $x \leq m$	$x = (-1)^k \cdot \arcsin m + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$
1.1. $\sin x = 1$	$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$
1.2. $\sin x = 0$	$x = \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$
1.3. $\sin x = -1$	$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$
2. $\cos x = m$, $x \leq m$	$x = \pm \arccos m + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$
2.1. $\cos x = 1$	$x = 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$
2.2. $\cos x = 0$	$x = \frac{\pi}{2} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$
2.3. $\cos x = -1$	$x = \pi + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$
3. $\tg x = m$, $m \in (-\infty; +\infty)$	$x = \arctg m + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$
3.1. $\tg x = 1$	$x = \frac{\pi}{4} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$
3.2. $\tg x = 0$	$x = \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$
3.3. $\tg x = -1$	$x = -\frac{\pi}{4} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$
4. $\text{ctg} x = m$ $m \in (-\infty; +\infty)$	$x = \text{arcctg} m + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$
4.1. $\text{ctg} x = 1$	$x = \frac{\pi}{4} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$
4.2. $\text{ctg} x = 0$	$x = \frac{\pi}{2} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$
4.3. $\text{ctg} x = -1$	$x = \frac{3\pi}{4} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию

1. Дать определения арксинуса..., арккосинуса..., арктангенса... и арккотангенса числа.

2. Дать определение простейшего тригонометрического уравнения.

3. Какие способы решения тригонометрических уравнений вы знаете?

Инструкция по выполнению практической работы

Каждый вариант работы состоит из нескольких задач. Обучающийся должен решить задачи по варианту, номер которого укажет преподаватель.

При выполнении практических работ надо придерживаться следующих правил:

1. Практическую работу следует выполнять в тетради чернилами черного или синего цвета, оставляя поля.

2. На обложке тетради должны быть ясно написаны фамилия обучающегося, его номер специальности, название дисциплины, номер подгруппы.

3. В заголовке работы должны быть указаны номер практической работы, тема практической работы, номер варианта.

4. В работу должны быть включены задачи, указанные в практической работе, строго по предложенному варианту.

5. Перед решением каждой задачи надо выписать полностью ее условие.

6. Решение задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые рисунки.

7. После получения проверенной работы, студент должен исправить все отмеченные ошибки.

Основные требования к обработке результатов расчетов и оформлению отчетов.

Отчет по практической работе должен содержать:

1. Номер и тему практической работы, номер варианта.

2. Номер задачи и ее условие.

3. Подробное решение каждой задачи.

4. Полный ответ к каждой задаче

Критериями оценки результатов работы студентов являются:

1. уровень усвоения студентом учебного материала;

2. умение студента использовать теоретические знания при выполнении практических задач;

3. сформированность ключевых (общеучебных) компетенций;

4. обоснованность и четкость изложения материала;

5. уровень оформления работы.

Задания для практической работы.

Вариант 1.

I. Вычислить обратные тригонометрические функции:

$$1. \text{ а) } \arcsin 0 + \arccos 0 + \operatorname{arctg} 0 = \quad \text{ б) } \sin \left(\pi - \arcsin \frac{1}{2} \right) =$$

$$\text{ в) } \cos \left(\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \text{ г) } \operatorname{ctg} \left(\arccos 1 + 2 \operatorname{arctg} \left(-\frac{\sqrt{3}}{3} \right) \right) =$$

II. Решить тригонометрические уравнения:

$$a) \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$б) \operatorname{tg}^2 x - 3\operatorname{tg} x - 4 = 0;$$

$$в) \left(\operatorname{tg} x - \sqrt{3} \right) \left(2 \sin \frac{x}{12} + 1 \right) = 0;$$

$$г) 3 + \sin 2x = 4 \sin^2 x.$$

Вариант 2.

I. Вычислить обратные тригонометрические функции:

$$a) \operatorname{arctg} 1 + \operatorname{arctg}(-1) =$$

$$б) \cos \left(\pi + \arccos \frac{\sqrt{3}}{2} \right) =$$

$$в) \sin \left(\arccos \frac{1}{2} \right) =$$

г)

$$\operatorname{arcsin} \left(-\frac{1}{2} \right) + \arccos \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \right) + \operatorname{arctg} 0 =$$

II. Решить тригонометрические уравнения:

$$a) \sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$б) \cos^2 x - \sin x - 1 = 0;$$

$$в) \left(1 - \sqrt{2} \cos \frac{x}{4} \right) (1 + \sqrt{3} \operatorname{tg} x) = 0;$$

$$г) \sqrt{3} \cos x + \sin x = 0.$$

Вариант 3.

I. Вычислить обратные тригонометрические функции:

$$a) \operatorname{arcsin} \left(\sin \frac{6\pi}{7} \right) =$$

$$б) \sin \left(\frac{\pi}{2} + \arccos \frac{1}{2} \right) =$$

$$в) \cos \left(\operatorname{arcsin} \frac{1}{\sqrt{2}} \right) =$$

$$г) \sin \left(\operatorname{arcsin} \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right) + \operatorname{arctg} \sqrt{3} \right) =$$

II. Решить тригонометрические уравнения:

$$a) \sin \left(2x + \frac{\pi}{2} \right) = 0;$$

$$б) \operatorname{tg} x - 2 \operatorname{ctg} x + 1 = 0;$$

$$в) \left(2 \sin \left(x + \frac{\pi}{6} \right) - 1 \right) (2 \operatorname{tg} x + 1) = 0;$$

$$г) 1 + 7 \cos^2 x = 3 \sin 2x.$$

Вариант 4.

I. Вычислить обратные тригонометрические функции:

$$a) \operatorname{arctg} \left(2 \sin \frac{\pi}{3} \right) =$$

$$б) \cos \left(\pi + \arccos \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \right) =$$

$$в) 5 \operatorname{arctg}(-\sqrt{3}) - 3 \arccos \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \right) =$$

$$г) \sin \left(\pi + \operatorname{arcsin} \frac{3}{4} \right) =$$

II. Решить тригонометрические уравнения:

$$a) \operatorname{tg} x = \sqrt{3};$$

$$б) 4 \sin^2 x - \cos x - 1 = 0;$$

$$в) \left(1 + \sqrt{2} \cos \left(x + \frac{\pi}{4} \right) \right) (\operatorname{tg} x - 3) = 0;$$

$$г) 2 \sin x - 3 \cos x = 0.$$

Вариант 5.

I. Вычислить обратные тригонометрические функции:

$$a) \arcsin\left(-\frac{1}{2}\right) + \arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \operatorname{arctg} 1 =$$

$$б) \operatorname{arctg}\left(\operatorname{ctg} \frac{5\pi}{6}\right) =$$

$$в) \sin\left(\arccos \frac{\sqrt{3}}{2}\right) =$$

$$г) \cos(6\arcsin 1) =$$

II. Решить тригонометрические уравнения:

$$a) \operatorname{ctg} x = -\sqrt{3};$$

$$б) 2 \sin^2 x - \cos x - 1 = 0;$$

$$в) (tg x + 4) \left(tg \frac{x}{2} - 1 \right) = 0;$$

$$г) \cos 2x + \cos^2 x + \sin x \cos x = 0.$$

Вариант 6.

I. Вычислить обратные тригонометрические функции:

$$a) \operatorname{arctg}(-\sqrt{3}) + \arcsin \frac{1}{2} =$$

$$б) \operatorname{tg}\left(4 \arcsin \frac{\sqrt{2}}{2}\right) =$$

$$в) \sin\left(\pi - \arcsin \frac{3}{4}\right) =$$

$$г) \arccos\left(-\frac{1}{2}\right) - \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} =$$

II. Решить тригонометрические уравнения:

$$a) 1 + \operatorname{tg} \frac{x}{3} = 0;$$

$$б) \sin^2 x + \sin x - 2 = 0;$$

$$в) (tg x - 2)(2 \cos x - 1) = 0;$$

$$г) 3 \cos 2x + \sin^2 x + 5 \sin x \cos x = 0.$$

Раздел 2. Начало математического анализа

Тема 2.1. Производная и ее приложения.

Практическая работа № 27,28 «Вычисление пределов неопределенности $0/0, \infty/\infty$ ».

$\infty \gg$.

Учебная цель: применить навыки вычисления пределов неопределенности $0/0, \infty/\infty$

Образовательные результаты, заявленные во ФГОС СПО:

Студент должен достичь следующих результатов:

личностных: готовность и способность к самостоятельной, творческой и ответственной деятельности; (ОК8)

предметных: Обеспечения сформированности логического, алгоритмического и математического мышления; (Ок 4) обеспечения сформированности умений применять полученные знания при решении различных задач (Ок5)

метапредметных: готовность и способность к самостоятельной информационно - познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников; (ОК4)

Задачи практической работы:

1. Ознакомиться с понятием предела последовательности

Обеспеченность занятия:

1. Учебно-методическая литература:

Учебно-методическая литература:

1. Богомолов Н.В. Математика: учеб. для ссузов / Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. - 9-е изд., стереотип. - М. : Дрофа, 2013. - 395, [5] с.: ил.

2. Богомолов Н.В. Сборник задач по математике: учеб. пособие для ссузов / Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. - 9-е изд., стереотип. - М. : Дрофа, 2012. - 204, [4] с.: ил.

3. Составитель Степанова Т.С. Алгебра. Весь школьный курс в таблицах / сост. Т.С. Степанова - Минск: Букмастер: Кузьма, 2012. - 2-е изд. - 288с.

3. Программное обеспечение: по данной теме не имеется. Учебники или конспекты.

4. Рабочая тетрадь: тетрадь в клетку 48 листов

5. Раздаточные материалы: инструкционные карты -1 на парту

6. Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы:

Два замечательных предела.

Среди множества пределов, встречающихся в математике и прикладных дисциплинах, особое место по их значимости занимают два из них, которые называются замечательными.

К первому замечательному пределу относят предел вида $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\sin x}{x} = 1$.

(*)

Он называется замечательным потому, что из него следует что **$\sin x = x$** , т.е. синусы малых углов равны величинам самих углов, а это значит, что синусы малых углов можно находить, не пользуясь никакими вычислительными средствами.

Ко второму замечательному пределу относят предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = 1$.

Теория дает, что этот предел есть действительное число, заключенное между 2 и 3, число, которое нельзя записать в виде дроби $\frac{m}{n}$, т.е. является иррациональным.

Шотландский математик Джон Непер вычислил несколько знаков после запятой с точностью до 5-го знака $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = 2,71828... = e = \exp$,

Его называют **(число e) числом Непера**.

1. Чтобы разрешить неопределенность $\frac{\infty}{\infty}$ необходимо числитель и знаменатель почленно разделить на наивысшую степень знаменателя и вычислить предел полученного выражения.

2. Если наивысшая степень числителя и знаменателя равны между собой, то результат равен отношению коэффициентов при наивысших степенях числителя и знаменателя.

3. Если наивысшая степень числителя больше знаменателя, то результат равен ∞ .

4. Если наивысшая степень числителя меньше знаменателя, то результат равен 0.

Пример.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 4x + 5}{x^2 + 2x - 3} = \left\{ \frac{\infty}{\infty} \right\} =$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2/x^2 - 4x/x^2 + 5/x^2}{x^2/x^2 + 2x/x^2 - 3/x^2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 - 4/x + 5/x^2}{1 + 2/x - 3/x^2} = \frac{3 - 4/\infty + 5/\infty^2}{1 + 2/\infty - 3/\infty^2} = \frac{3}{1} = 3$$

Контрольные вопросы:

1. Дать определение предела.
2. Сформулировать теоремы о пределах.
3. Чтобы разрешить неопределенность $\frac{0}{0}$ необходимо что сделать?
4. Чтобы разрешить неопределенность $\frac{\infty}{\infty}$ необходимо что сделать?

8. Инструкция по выполнению практической работы

1. Вычислить простые пределы.
2. Вычислить пределы неопределенности $0/0$;
3. Вычислить пределы неопределенности $\frac{\infty}{\infty}$;
4. Вычислить пределы, используя 1-й замечательный предел.
5. Вычислить пределы, используя 2-й замечательный предел.

Инструкция по выполнению практической работы

Каждый вариант работы состоит из нескольких задач. Обучающийся должен решить задачи по варианту, номер которого укажет преподаватель.

При выполнении практических работ надо придерживаться следующих правил:

1. Практическую работу следует выполнять в тетради чернилами черного или синего цвета, оставляя поля.
2. На обложке тетради должны быть ясно написаны фамилия обучающегося, его инициалы, номер специальности, название дисциплины, номер подгруппы.
3. В заголовке работы должны быть указаны номер практической работы, тема практической работы, номер варианта.
4. В работу должны быть включены задачи, указанные в практической работе, строго по предложенному варианту.
5. Перед решением каждой задачи надо выписать полностью ее условие.
6. Решение задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые рисунки.
7. После получения проверенной работы, студент должен исправить все отмеченные ошибки.

Основные требования к обработке результатов расчетов и оформлению отчетов.

Отчет по практической работе должен содержать:

1. Номер и тему практической работы, номер варианта.
2. Номер задачи и ее условие.
3. Подробное решение каждой задачи.
4. Полный ответ к каждой задаче

Критериями оценки результатов работы студентов являются:

1. уровень усвоения студентом учебного материала;
2. умение студента использовать теоретические знания при выполнении практических задач;
3. сформированность ключевых (общеучебных) компетенций;

4. обоснованность и четкость изложения материала;
5. уровень оформления работы.

Задания для практической работы.

Вариант 1.

$$\begin{aligned} \text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 + 2x + x^2}{1,5x^2 - 2} = & \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{3x} = & \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x}\right)^x = \\ \text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3}{x^2 + 1} - x\right) = & \end{aligned}$$

Вариант 2.

$$\begin{aligned} \text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 3x + 11}{x^2 - 1 + 3x^3} = & \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{3x} = & \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{5x}\right)^x = \\ \text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x}) = & \end{aligned}$$

Вариант 3.

$$\begin{aligned} \text{а) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{3x} = & \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2x + 6}{-3x^2 + x - 26} = & \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} (1 + 4x)^{\frac{3}{5x}} = & \quad \text{г) } \\ \lim_{x \rightarrow \infty} x(\sqrt{x^2 + 1} - x) & \end{aligned}$$

Вариант 4.

$$\begin{aligned} \text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10x^2 - x - 6}{3x - x^3} = & \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x} = & \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} (1 + 2x)^{\frac{5}{x}} = \\ \text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 1} - x) & \end{aligned}$$

Вариант 5.

$$\begin{aligned} \text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2x + 5}{3x - x^3} = & \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{3x} = & \quad \text{в) } \\ \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{5}{3x}\right)^{2x} = & \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 1}) = & \end{aligned}$$

Вариант 6.

$$\begin{aligned} \text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 - 5x}{x^2 - 3x + 1} = & \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{3x} = & \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{5x} = \\ \text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 1} - x) & \end{aligned}$$

Раздел 2. Начало математического анализа

Тема 2.1. Производная и ее приложения.

Практическая работа №29 «Нахождение производных простых функций»

Учебная цель: Закрепить навыки в нахождение производных простых функций.

Образовательные результаты, заявленные во ФГОС СПО:

Студент должен достичь следующих результатов:

личностных: готовность и способность к самостоятельной, творческой и ответственной деятельности; (ОК8)

предметных: Обеспечения сформированности логического, алгоритмического и математического мышления (Ок 4); обеспечения сформированности умений применять полученные знания при решении различных задач (Ок5);

метапредметных: готовность и способность к самостоятельной информационно - познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников (ОК4);

Задачи практической работы:

1. Выучить правила дифференцирования, таблицу производных элементарных функций, применять для дифференцирования функций.

2. Изучить алгоритм вычисления производной.

Обеспеченность занятия:

Учебно-методическая литература:

Учебно-методическая литература:

1. Богомолов Н.В. Математика: учеб. для ссузов / Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. - 9-е изд., стереотип. - М.: Дрофа, 2013. - 395, [5] с.: ил.

2. Богомолов Н.В. Сборник задач по математике: учеб. пособие для ссузов / Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко - 9-е изд., стереотип. - М.: Дрофа, 2012. - 204, [4] с.: ил.

3. Составитель Степанова Т.С. Алгебра. Весь школьный курс в таблицах / сост. Т.С. Степанова - Минск: Букмастер: Кузьма, 2012. - 2-е изд. - 288с.

Программное обеспечение: по данной теме не имеется. Учебники или конспекты.

Рабочая тетрадь: тетрадь в клетку 48 листов

Раздаточные материалы: инструкционные карты -1 на парту

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы:

Производной функции $f(x)$ в точке x_0 называется предел отношения приращения функции $\Delta f(x)$ при $\Delta x \rightarrow 0$, если этот предел существует, и обозначается $f'(x_0)$.

$$\text{Итак, } f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f(x_0)}{\Delta x} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}.$$

Основные правил дифференцирования

1. $C' = 0$ - (производная постоянной равна нулю)

2. $(u + v - w)' = u' + v' - w'$ - (производная алгебраической суммы функций равна сумме их производных)

3. $(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$ - (производная произведения двух функций равна производная первого сомножителя умножить на второй сомножитель плюс первый сомножитель умножается на производную второго сомножителя)

4. $(Cu)' = Cu'$ - (постоянный множитель можно выносить за знак производной).

5. $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$ - (производная дроби (частного) равна,

производная числителя умножается на знаменатель минус числитель умножается на производную знаменателя и все это делится на квадрат знаменателя)

Основные формулы дифференцирования

$$6. (x)' = 1$$

$$7. (x^2)' = 2x$$

$$(x^3)' = 3x^2$$

$$8. (x^n)' = n \cdot x^{n-1}, n \neq 1$$

$$9. (\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$10. (\sin x)' = \cos x$$

$$11. (\cos x)' = -\sin x$$

$$12. (\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$13. (\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

$$14. (\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$15. (\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$$

$$16. (\lg x)' = \frac{0,4343}{x}$$

$$17. (e^x)' = e^x$$

$$18. (a^x)' = a^x \cdot \ln a$$

$$19. (\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$20. (\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$21. (\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$$

$$22. (\operatorname{arcctg} x)' = -\frac{1}{1+x^2}$$

$$8a. (u^n)' = n \cdot u^{n-1} \cdot u'$$

$$9a. (\sqrt{u})' = \frac{1}{2\sqrt{u}} \cdot u'$$

$$10a. (\sin u)' = \cos u \cdot u'$$

$$11a. (\cos u)' = -\sin u \cdot u'$$

$$12a. (\operatorname{tg} u)' = \frac{1}{\cos u} \cdot u'$$

$$13a. (\operatorname{ctg} u)' = -\frac{1}{\sin u} \cdot u'$$

$$14a. (\ln u)' = \frac{1}{u} \cdot u'$$

$$15a. (\log_a u)' = \frac{1}{u \cdot \ln a} \cdot u', a > 0, a \neq 1$$

$$16a. (\lg u)' = \frac{0,4343}{u} \cdot u'$$

$$17a. (e^u)' = e^u \cdot u'$$

$$18a. (a^u)' = a^u \cdot \ln a \cdot u', a > 0, a \neq 1$$

$$19a. (\arcsin u)' = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \cdot u'$$

$$20a. (\arccos u)' = -\frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \cdot u'$$

$$21a. (\operatorname{arctg} u)' = \frac{1}{1+u^2} \cdot u'$$

$$22a. (\operatorname{arcctg} u)' = -\frac{1}{1+u^2} \cdot u'$$

Найти производные следующих функций:

Пример 1. $y = 4x$

Решение: $(4x)' = 4 \cdot (x)' = 4 \cdot 1 = 4$ (применили: правило 3 и формулу 6);

Пример 2. $y = \frac{1}{5} \cos x$

Решение: $\left(\frac{1}{5} \cos x\right)' = \frac{1}{5} (\cos x)' = \frac{1}{5} (-\sin x) = -\frac{1}{5} \sin x$ (применили: правило 3 и

формулу 11);

Пример 3. $y = 3x^4$

Решение: $(3x^4)' = 3 \cdot (x^4)' = 3 \cdot 4 \cdot (x^3) = 12 \cdot x^3$ (применили: правило 3 и формулу 8).

Пример 4. $y = 3x^6 - 2x^5 + 3x^3 - 1$

Решение: $(3x^6 - 2x^5 + 3x^3 - 1)' = (3x^6)' - (2x^5)' + (3x^3)' - (1)' = 3(x^6)' - 2(x^5)' + 3(x^3)' - 0 = 3 \cdot 6x^5 - 2 \cdot 5x^4 + 3 \cdot 3x^2 = 18x^5 - 10x^4 + 9x^2$; (применили правила 2, 3, 1 и формулу 8).

Пример 5. $y = (5 - x^2 + x^3)(x^4 - 3)$

Решение: $[(5 - x^2 + x^3)(x^4 - 3)]' = (5 - x^2 + x^3)'(x^4 - 3) + (5 - x^2 + x^3)(x^4 - 3)' = (0 - 2x + 3x^2)(x^4 - 3) + (5 - x^2 + x^3)(4x^3 - 0) = -2x^5 + 6x + 3x^6 - 9x^2 + 20x^3 - 4x^5 + 4x^6 = 7x^6 - 6x^5 + 20x^3 - 9x^2 + 6x$; (применили правила 4, 2, 3, 1 и формулы 7, 8)

Пример 6. $y = \frac{x^3 - 3}{2x + 1}$

Решение:

$$\left(\frac{x^3 - 3}{2x + 1} \right)' = \frac{(x^3 - 3)'(2x + 1) - (x^3 - 3)(2x + 1)'}{(2x + 1)^2} = \frac{3x^2(2x + 1) - (x^3 - 3)2}{(2x + 1)^2} = \frac{6x^3 + 3x^2 - 2x^3 + 6}{(2x + 1)^2} = \frac{4x^3 + 3x^2 + 6}{(2x + 1)^2}$$

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию

1. Дайте определение приращение аргумента.
2. Дайте определение приращение функции.
3. Дать определение производной функции в точке.
4. Сформулируйте правило непосредственного нахождения производной (по шагам).
5. Записать основные правила дифференцирования.
6. Записать основные формулы дифференцирования.

Инструкция по выполнению практической работы

Каждый вариант работы состоит из нескольких задач. Обучающийся должен решить задачи по варианту, номер которого укажет преподаватель.

При выполнении практических работ надо придерживаться следующих правил:

1. Практическую работу следует выполнять в тетради чернилами черного или синего цвета, оставляя поля.
2. На обложке тетради должны быть ясно написаны фамилия обучающегося, его номер специальности, название дисциплины, номер подгруппы.
3. В заголовке работы должны быть указаны номер практической работы, тема практической работы, номер варианта.
4. В работу должны быть включены задачи, указанные в практической работе, строго по предложенному варианту.
5. Перед решением каждой задачи надо выписать полностью ее условие.
6. Решение задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые рисунки.

7. После получения проверенной работы, студент должен исправить все отмеченные ошибки.

Основные требования к обработке результатов расчетов и оформлению отчетов.

Отчет по практической работе должен содержать:

1. Номер и тему практической работы, номер варианта.
2. Номер задачи и ее условие.
3. Подробное решение каждой задачи.
4. Полный ответ к каждой задаче

Критериями оценки результатов работы студентов являются:

1. уровень усвоения студентом учебного материала;
2. умение студента использовать теоретические знания при выполнении практических задач;
3. сформированность ключевых (общеучебных) компетенций;
4. обоснованность и четкость изложения материала;
5. уровень оформления работы.

Задания для практической работы.

Вариант 1.

1. Найти производные функций при заданном значении аргумента:

а) $f(x) = \frac{tgx + 1}{tgx}$; $f' \left(\frac{\pi}{3} \right) - ?$

б) $s = \frac{3}{4}t^4 - \frac{1}{3}t^3 + \frac{1}{2}t^2 - 2t + 9$; $f'(2) - ?$

в) $f(x) = (3x^2 - 5)(2x^2 - x)$; $f'(2) - ?$

2. а). Решить уравнение $f'(x) = 0$ для функции $f(x) = 4x + \frac{8}{x}$;

б) Решить неравенство $g'(x) \leq 0$, если $g(x) = (x - 3)(x^2 + 2)$.

Вариант 2.

1. Найти производные функций при заданном значении аргумента:

а) $f(x) = 4x^{\frac{3}{4}} + 6x^{\frac{2}{3}} - 8x^{\frac{1}{2}} + 3x^2$; $f'(1) - ?$ б) $f(x) = \frac{5x^2}{6}$; $f'(2) - ?$

в) $f(x) = \ln x \cdot (1 + \ln x)$; $f'(e) - ?$

2. а). Решить уравнение $f'(x) = 0$ для функции $f(x) = -\frac{2}{3}x^3 + x^2 + 12$;

б). Решить неравенство $g'(x) > 0$, если $g(x) = x^3 - 6x^2 - 63x$.

Вариант 3.

1. Найти производные функций при заданном значении аргумента:

а) $f(x) = \frac{\cos x}{1 + \cos x}$; $f' \left(\frac{\pi}{3} \right) - ?$ б) $f(x) = \arcsin x + e^{3x}$; $f'(0) - ?$

в) $y = -7x^{10} - 3x^5 + 2x + 4$;

2. а). Решить уравнение $f'(x) = 0$ для функции $f(x) = -\frac{x^5}{5} + \frac{10x^3}{3} - 9x$;

б). Решить неравенство $g'(x) < 0$, если $g(x) = \frac{2}{3}x^3 - 8x$.

Вариант 4.

1. Найти производные функций при заданном значении аргумента:

а) $f(x) = \frac{5-e^x}{e^x+2}$; $f'(1) = ?$

б) $f(x) = (x^2-5)(3x^2+2)$; $f'(3) = ?$

в) $y = 7 - 2x^{-1} + 5x^{-3} + x^{-4}$; $f'(2) = ?$

2. а). Решить уравнение $f'(x) = 0$ для функции $f(x) = -\frac{2}{3}x^3 + x^2 + 12$

б). Решить неравенство $g'(x) > 0$, если $g(x) = x^3 - 9x^2 + 24x + 12$.

Вариант 5

1. Найти производные функций при заданном значении аргумента:

а) $f(x) = \frac{4+\sqrt{x}}{4-\sqrt{x}}$; $f'(1) = ?$

б) $f(x) = 2\arcsin x + \arccos x$; $f'(\frac{1}{2}) = ?$

в) $f(x) = -7x^{10} - 3x^5 + 2x + 4$; $f'(0) = ?$

2. а). Решить уравнение $f'(x) = 0$ для функции $f(x) = 3x^2 - 9x - \frac{1}{3}x^3$;

б). Решить неравенство $g'(x) \geq 0$, если $g(x) = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 45$.

Вариант 6.

1. Найти производные функций при заданном значении аргумента:

а) $f(x) = x^{-2} \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x}$; $f'(1) = ?$

б) $f(x) = \frac{1+\cos x}{1-\sin x}$; $f'(\frac{1}{2}) = ?$

в) $f(x) = 2\sin x \cdot \cos x$; $f'(\frac{\pi}{3}) = ?$

2. а). Решить уравнение $f'(x) = 0$ для функции $f(x) = \frac{x^3}{3} - 1,5x^2 - 4x$;

б). Решить неравенство $g'(x) < 0$, если $g(x) = 3x - 5x^2 + x^3$.

Раздел 2. Начало математического анализа

Тема 2.1. Производная и ее приложения.

Практическая работа №30 «Нахождение производных сложных функций»

Учебная цель: Закрепить навыки в нахождение производных ложных функций.

Образовательные результаты, заявленные во ФГОС СПО:

Студент должен достичь следующих результатов:

личностных: готовность и способность к самостоятельной, творческой и ответственной деятельности; (ОК8)

предметных: Обеспечения сформированности логического, алгоритмического и математического мышления (ОК 4); обеспечения сформированности умений применять полученные знания при решении различных задач (ОК5)

метапредметных: готовность и способность к самостоятельной информационно - познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников (ОК4);

Задачи практической работы:

1. Выучить правила дифференцирования, таблицу производных элементарных функций, применять для дифференцирования функций.
2. Изучить алгоритм вычисления производной

Обеспеченность занятия:

Учебно-методическая литература:

Учебно-методическая литература:

1. Богомолов Н.В. Математика: учеб. для ссузов / Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. - 9-е изд., стереотип. - М. : Дрофа, 2013. - 395, [5] с.: ил.
2. Богомолов Н.В. Сборник задач по математике: учеб. пособие для ссузов / Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. - 9-е изд., стереотип. - М. : Дрофа, 2012. - 204, [4] с.: ил.
3. Составитель Степанова Т.С. Алгебра. Весь школьный курс в таблицах / сост. Т.С. Степанова - Минск: Букмастер: Кузьма, 2012. - 2-е изд. - 288с.

Программное обеспечение: по данной теме не имеется. Учебники или конспекты.

Рабочая тетрадь: тетрадь в клетку 48 листов

Раздаточные материалы: инструкционные карты -1 на парту

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы:

Производной функции $f(x)$ в точке x_0 называется предел отношения приращения функции $\Delta f(x)$ при $\Delta x \rightarrow 0$, если этот предел существует, и обозначается $f'(x_0)$.

$$\text{Итак, } f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f(x_0)}{\Delta x} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}.$$

Производная сложной функции равна произведению производных всех функций, входящих в состав данной функции, т.е., если функция $f(u)$ дифференцируема по u , а $u(x)$ дифференцируема по x , то производная сложной функции $y = f(u(x))$ по независимой переменной x определена равенством $y'(x) = y'(u) \cdot u'(x)$.

Пример 1.

Найти производную сложной функции: $y = \text{tg}^4(3x-5)$.

По формулам **8а. $(u^n)' = n \cdot u^{n-1} \cdot u'$** , **12а. $(\text{tg } u)' = \frac{1}{\cos u} \cdot u'$** находим:

$$\begin{aligned} y' &= [\text{tg}^4(3x-5)]' = 4 \cdot \text{tg}^3(3x-5) \cdot [\text{tg}(3x-5)]' = 4\text{tg}^3(3x-5) \cdot \frac{1}{\cos^2(3x-5)} \cdot (3x-5)' = \\ &= 4\text{tg}^3(3x-5) \cdot \frac{1}{\cos^2(3x-5)} \cdot 3 = \frac{12\text{tg}^3(3x-5)}{\cos^2(3x-5)}. \end{aligned}$$

Пример 2. Найти производную сложной функции: $y = \sqrt{3x^4 + x - e}$.

По формул **9а. $(\sqrt{u})' = \frac{1}{2\sqrt{u}} \cdot u'$** находим: $y' =$

$$\frac{1}{2\sqrt{3x^4 + x - e}} \cdot (3x^4 + x - e)' = \frac{12x^3 + 1}{2\sqrt{3x^4 + x - e}}.$$

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию

1. Дать определение производной функции в точке.
2. Дать определение сложной функции.
3. Записать основные правила дифференцирования.

4. Записать основные формулы дифференцирования сложных функций.
5. Чему равна производная сложной функции ?

Инструкция по выполнению практической работы

Каждый вариант работы состоит из нескольких задач. Обучающийся должен решить задачи по варианту, номер которого укажет преподаватель.

При выполнении практических работ надо придерживаться следующих правил:

1. Практическую работу следует выполнять в тетради чернилами черного или синего цвета, оставляя поля.
2. На обложке тетради должны быть ясно написаны фамилия обучающегося, его номер специальности, название дисциплины, номер подгруппы.
3. В заголовке работы должны быть указаны номер практической работы, тема практической работы, номер варианта.
4. В работу должны быть включены задачи, указанные в практической работе, строго по предложенному варианту.
5. Перед решением каждой задачи надо выписать полностью ее условие.
6. Решение задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые рисунки.
7. После получения проверенной работы, студент должен исправить все отмеченные ошибки.

Основные требования к обработке результатов расчетов и оформлению отчетов.

Отчет по практической работе должен содержать:

1. Номер и тему практической работы, номер варианта.
2. Номер задачи и ее условие.
3. Подробное решение каждой задачи.
4. Полный ответ к каждой задаче

Критериями оценки результатов работы студентов являются:

1. уровень усвоения студентом учебного материала;
2. умение студента использовать теоретические знания при выполнении практических задач;
3. сформированность ключевых (общеучебных) компетенций;
4. обоснованность и четкость изложения материала;
5. уровень оформления работы.

Задания для практической работы.

Вариант 1.

I. Найти производные функций при заданном значении аргумента:

- а) $f(x) = \sin 3x + \cos 3x$; $f' \left(\frac{\pi}{3} \right) - ?$ б) $f(x) = (2x^2 - 9)^3$; $f'(2) - ?$
- в) $f(x) = x^2 \cdot e^{x+3x}$; $f'(1) - ?$ г) $f(x) = \sqrt{x^3 - 5} + \ln(x^4 + 4x + 12)$; $f'(2) - ?$

Вариант 2.

I. Найти производные функций при заданном значении аргумента:

- а) $f(x) = \frac{e^{-3x} - e^{3x}}{3}$; $f'(0) - ?$ б) $f(x) = \left(\frac{x^2}{3} + 2 \right)^4$; $f'(2) - ?$

в) $f(x) = 5\sin^5 x - 3\cos^5 x$; $f' \left(\frac{\pi}{4} \right) - ?$ г) $f(z) = (z-1)\sqrt{z^2-1}$; $f'(2) - ?$

Вариант 3.

I. Найти производные функций при заданном значении аргумента:

а) $f(x) = \cos^2 2x$; $f' \left(\frac{\pi}{8} \right) - ?$ б) $f(x) = \arcsin 4x + e^{3x}$; $f'(0) - ?$
 в) $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$; $f'(0) - ?$ г) $f(x) = 2\sqrt{e^{2x} + 1}$; $f'(0) - ?$

Вариант 4.

I. Найти производные функций при заданном значении аргумента:

а) $f(x) = \operatorname{tg} \left(3x - \frac{\pi}{4} \right)$; $f' \left(\frac{\pi}{12} \right) - ?$ б) $f(x) = (x-1)\sqrt{x+1}$; $f'(3) - ?$
 в) $f(x) = \ln \frac{x+1}{x}$; $f'(3) - ?$ г) $f(x) = (x^4 - 2)^5 - e^{6x}$; $f'(0) - ?$

Вариант 5.

I. Найти производные функций при заданном значении аргумента:

а) $f(x) = \ln \frac{x-1}{x^2+1}$; $f'(2) - ?$ б) $f(x) = \arccos \sqrt{x-1}$; $f' \left(\frac{1}{2} \right) - ?$
 в) $f(x) = (7-24x^2)^4$; $f'(1) - ?$ г) $f(x) = \operatorname{ctg} \left(\frac{\pi}{6} - x \right)$; $f' \left(\frac{\pi}{3} \right) - ?$

Вариант 6.

II. Найти производные функций при заданном значении аргумента:

а) $f(x) = 3\sqrt{e^{4x+3}}$; $f'(0) - ?$ б) $f(x) = (2x+3)^5$; $f'(2) - ?$
 в) $f(x) = \ln \sin^2 4x$; $f' \left(\frac{\pi}{16} \right) - ?$ г) $f(x) = 2\sin^2 x \cdot \cos x$; $f' \left(\frac{\pi}{2} \right) - ?$

Раздел 2. Начало математического анализа

Тема 2.1. Производная и ее приложения.

Практическая работа № 31 «Производная, ее геометрический и физический смысл»

Учебная цель: Закрепить навыки в решении задач на геометрический и физический смысл производной.

Образовательные результаты, заявленные во ФГОС СПО:

Студент должен достичь следующих результатов:

личностных: готовность и способность к самостоятельной, творческой и ответственной деятельности; (ОК8)

предметных: Обеспечения сформированности логического, алгоритмического и математического мышления; (Ок 4) обеспечения сформированности умений применять полученные знания при решении различных задач (Ок5)

метапредметных: готовность и способность к самостоятельной информационно - познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках

информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;(ОК4)

Задачи практической работы:

- 1.Изучить и формулировать ее механический и геометрический смысл.
- 2.Составлять уравнение касательной в общем виде.

Обеспеченность занятия:

Учебно-методическая литература:

Учебно-методическая литература:

- 1.Богомолов Н.В. Математика: учеб.для ссузов / Н.В.Богомолов, П.И.Самойленко. - 9-е изд., стереотип. – М. : Дрофа, 2013. – 395,[5] с.: ил.
- 2.Богомолов Н.В. Сборник задач по математике: учеб.пособие для ссузов / Н.В.Богомолов, П.И.Самойленко. - 9-е изд., стереотип. – М.:Дрофа, 2012.– 204, [4] с.: ил.
- 3.Составитель Степанова Т.С. Алгебра. Весь школьный курс в таблицах/ сост.Т.С. Степанова – Минск: Букмастер: Кузьма, 2012.- 2-е изд.-288с.

Программное обеспечение: по данной теме не имеется. Учебники или конспекты.

Рабочая тетрадь: тетрадь в клетку 48 листов

Раздаточные материалы: инструкционные карты -1 на парту

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы:

Производной функции $f(x)$ в точке x_0 называется предел отношения приращения функции $\Delta f(x)$ при $\Delta x \rightarrow 0$, если этот предел существует, и обозначается $f'(x_0)$.

$$\text{Итак, } f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f(x_0)}{\Delta x} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}.$$

Производная функции $f(x)$ в точке x_0 равна угловому коэффициенту касательной, проведенной к графику данной функции в его точке с абсциссой x_0 .

Пример 1. Найти угол, образованный касательной к кривой $f(x) = x^2 - 2x + 3$ в т. $x_2 = 2$ с осью абсцисс.

$$k = \operatorname{tg} \alpha = f'(x_0) = f'(2); f'(x) = 2x - 2; f'(2) = 2; \operatorname{tg} \alpha = 2; \alpha = \operatorname{arctg} 2 \approx 63^\circ 26'.$$

2) Уравнение касательной и нормали к кривой.

Уравнение касательной к кривой L в т. $(x_0; f(x_0))$ напомним как уравнение прямой, проходящей через т. $(x_0; f(x_0))$ и имеющей угловой коэффициент $k = f'(x)$, т.е.

$$y - f(x_0) = f'(x_0) \cdot (x - x_0)$$

Прямая, перпендикулярная касательной в т. M_0 , называется нормалью к кривой L в т. M_0 .

$$k_1 = -\frac{1}{k} = -\frac{1}{f'(x)} - \text{коэффициент нормали} \Rightarrow y - f(x_0) = -\frac{1}{f'(x_0)} \cdot (x - x_0) -$$

уравнение нормали.

Пример 2. Составить уравнение касательной и нормали к кривой $y = x^2 - 2x + 3$ в т. $x_0 = 2$.

$$f(2) = 2^2 - 2 \cdot 2 + 3 = 3;$$

$$f'(2) = (2x - 2)_{x=2} = 2 \cdot 2 - 2 = 2;$$

$$y - 3 = 2(x - 2); y = 3 + 2x - 4; y = 2x - 1. - \text{уравнение касательной};$$

$$y - 3 = -\frac{1}{2}(x - 2); x + 2y - 8 = 0 - \text{уравнение нормали}.$$

3) Механический смысл производной.

Мгновенной скоростью $v(t_0)$ в момент времени t_0 называется предел, к которому стремится средняя скорость $v_{cp.}$ за промежуток времени от t_0 до $t_0 + \Delta t$

при $\Delta t \rightarrow 0$, т.е. $v(t_0) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} v_{cp.} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta f(t_0)}{\Delta t} = S'(t)$.

Т.о., мгновенная скорость прямолинейного движения материальной точки в любой момент времени t есть производная от пути S по времени t :

$$v(t) = S'(t) = \frac{ds}{dt}.$$

В этом заключается механический смысл производной.

Пример 3. Точка движется прямолинейно по закону $s = 2t^3 + t^2 - 4$. Найти величину скорости и ускорения в момент времени $t = 4$.

Решение. Найдем скорость движения точки в момент времени t :

$$v = s'(t) = (2t^3 + t^2 - 4)' = 6t^2 + 2t.$$

Вычислим скорость движения точки в момент $t = 4$:

$$v_{t=4} = 6 \cdot 4^2 + 2 \cdot 4 = 104 \text{ (м/с)}.$$

Найдем ускорение движения точки в любой момент времени:

$$a = v'(t) = (6t^2 + 2t)' = 12t + 2.$$

Вычислим ускорение движения точки в момент времени $t = 4$:

$$a_{t=4} = 12 \cdot 4 + 2 = 50 \text{ (м/с}^2\text{)}.$$

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию

1. В чем состоит физический смысл производной ?
2. В чем заключается геометрический смысл производной ?
3. Записать уравнения касательной и нормали к заданной кривой

Инструкция по выполнению практической работы

Каждый вариант работы состоит из нескольких задач. Обучающийся должен решить задачи по варианту, номер которого укажет преподаватель.

При выполнении практических работ надо придерживаться следующих правил:

1. Практическую работу следует выполнять в тетради чернилами черного или синего цвета, оставляя поля.
2. На обложке тетради должны быть ясно написаны фамилия обучающегося, его номер специальности, название дисциплины, номер подгруппы.
3. В заголовке работы должны быть указаны номер практической работы, тема практической работы, номер варианта.
4. В работу должны быть включены задачи, указанные в практической работе, строго по предложенному варианту.
5. Перед решением каждой задачи надо выписать полностью ее условие.
6. Решение задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые рисунки.
7. После получения проверенной работы, студент должен исправить все отмеченные ошибки.

Основные требования к обработке результатов расчетов и оформлению отчетов.

Отчет по практической работе должен содержать:

1. Номер и тему практической работы, номер варианта.
2. Номер задачи и ее условие.
3. Подробное решение каждой задачи.

4. Полный ответ к каждой задаче

Критериями оценки результатов работы студентов являются:

1. уровень усвоения студентом учебного материала;
2. умение студента использовать теоретические знания при выполнении практических задач;
3. сформированность ключевых (общеучебных) компетенций;
4. обоснованность и четкость изложения материала;
5. уровень оформления работы.

Задания для практической работы.

Вариант 1.

I. Решить задачи на физический смысл производной:

Зависимость пути от времени при прямолинейном движении точки задана уравнением $S = \frac{1}{3}t^3 - \frac{1}{2}t^2 + 2$. Вычислить ее скорость в момент времени $t = 5$ с.

II. Решить задачи на геометрический смысл производной:

а) Найти угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $f(x) = -2x^3$ в точке с абсциссой $x_0 = 2$.

б) Составить уравнение касательной и нормали к параболе $y = \frac{3x-2}{3-x}$ в точке с абсциссой $x_0 = 2$.

Вариант 2.

I. Решить задачи на физический смысл производной:

Скорость точки, движущейся прямолинейно задана уравнением $v = 2t^2 - 5t + 6$. В какой момент времени ускорение точки будет равно 2 м/с^2 ?

II. Решить задачи на геометрический смысл производной:

а) Найти угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $f(x) = 0,25x^4$ в точке с абсциссой $x_0 = -1$.

б) Составить уравнение касательной и нормали к параболе $y = \frac{2x-5}{5-x}$ в точке с абсциссой $x_0 = 4$.

Вариант 3.

I. Решить задачи на физический смысл производной:

Зависимость пути от времени при прямолинейном движении точки задана уравнением $S = \frac{1}{3}t^3 + 2t^2 - 3$. Вычислить ее скорость и ускорение в момент времени $t = 4$ с.

II. Решить задачи на геометрический смысл производной:

а) Найти угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3$ в точке с абсциссой $x_0 = -1$.

б) Составить уравнение касательной и нормали к параболе $y = \frac{1}{(x+2)^3}$ в точке с абсциссой $x_0 = -3$.

Вариант 4.

I. Решить задачи на физический смысл производной:

Зависимость пути от времени при прямолинейном движении тел задана уравнениями: $S_1 = \frac{1}{3}t^3 + 2t^2 - 45$; $S_2 = \frac{1}{2}t^2 + 4t + 115$. В какой момент времени скорости их движения будут равны?

II. Решить задачи на геометрический смысл производной:

а) Найти угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции

$$f(x) = \frac{x-1}{x+3} \text{ в точке с абсциссой } x_0 = 1.$$

б) Составить уравнение касательной и нормали к параболе $y = 2x^2 - 12x + 20$ в точке с абсциссой $x_0 = 4$.

Вариант 5.

I. Решить задачи на физический смысл производной:

Зависимость пути от времени при прямолинейном движении точки задана уравнением $S = \frac{1}{3}t^3 - 2t^2 + 3$. Вычислить ее ускорение в момент времени $t = 3$ с.

II. Решить задачи на геометрический смысл производной:

а) Найти угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $f(x) = x^4 - 7x^3 + 12x - 45$ в точке с абсциссой $x_0 = 2$.

б) Составить уравнение касательной и нормали к параболе $y = x^2 + 2x - 8$ в точке с абсциссой $x_0 = 2$.

Вариант 6.

I. Решить задачи на физический смысл производной:

Зависимость пути от времени при прямолинейном движении двух тел задана уравнениями: $S_1 = \frac{2}{3}t^3 + t^2 - t + 14$; $S_2 = \frac{2}{3}t^3 - \frac{1}{2}t^2 + 11t - 8$. В какой момент времени их скорости будут равны?

II. Решить задачи на геометрический смысл производной:

а) Найти угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции

$$f(x) = \frac{2x-1}{x+1} \text{ в точке с абсциссой } x_0 = 1.$$

б) Составить уравнение касательной и нормали к параболе $y = 2x^2 - 12x + 16$ в точке с абсциссой $x_0 = 5$.

Раздел 2. Начало математического анализа

Тема 2.1. Производная и ее приложения.

Практическая работа №32 «Производные тригонометрических, показательной и логарифмической функций»

Учебная цель: Закрепить навыки в нахождение производных ложных функций.

Образовательные результаты, заявленные во ФГОС СПО:

Студент должен достичь следующих результатов:

личностных: готовность и способность к самостоятельной, творческой и ответственной деятельности; (ОК8)

предметных: Обеспечения сформированности логического, алгоритмического и математического мышления (Ок 4); обеспечения сформированности умений применять полученные знания при решении различных задач(Ок5)

метапредметных: готовность и способность к самостоятельной информационно - познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников (ОК4);

Задачи практической работы:

1. Выучить правила дифференцирования, таблицу производных элементарных функций, применять для дифференцирования функций.

2. Изучить алгоритм вычисления производной

Обеспеченность занятия:

Учебно-методическая литература:

Учебно-методическая литература:

1. Богомолов Н.В. Математика: учеб. для ссузов / Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. - 9-е изд., стереотип. - М. : Дрофа, 2013. - 395, [5] с.: ил.
2. Богомолов Н.В. Сборник задач по математике: учеб. пособие для ссузов / Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. - 9-е изд., стереотип. - М. : Дрофа, 2012. - 204, [4] с.: ил.
3. Составитель Степанова Т.С. Алгебра. Весь школьный курс в таблицах / сост. Т.С. Степанова - Минск: Букмастер: Кузьма, 2012. - 2-е изд. - 288с.

Программное обеспечение: по данной теме не имеется. Учебники или конспекты.

Рабочая тетрадь: тетрадь в клетку 48 листов

Раздаточные материалы: инструкционные карты -1 на парту

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы:

Производной функции $f(x)$ в точке x_0 называется предел отношения приращения функции $\Delta f(x)$ при $\Delta x \rightarrow 0$, если этот предел существует, и обозначается $f'(x_0)$.

$$\text{Итак, } f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f(x_0)}{\Delta x} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}.$$

Производная сложной функции равна произведению производных всех функций, входящих в состав данной функции, т.е., если функция $f(u)$ дифференцируема по u , а $u(x)$ дифференцируема по x , то производная сложной функции $y = f(u(x))$ по независимой переменной x определена равенством $y'(x) = y'(u) \cdot u'(x)$.

Пример 1.

Найти производную сложной функции: $y = \lg^4(3x-5)$.

По формулам **8а. $(u^n)' = n \cdot u^{n-1} \cdot u'$** , **12а. $(\lg u)' = \frac{1}{\cos u} \cdot u'$** находим:

$$\begin{aligned} y' &= [\lg^4(3x-5)]' = 4 \cdot \lg^3(3x-5) \cdot [\lg(3x-5)]' = 4 \lg^3(3x-5) \cdot \frac{1}{\cos^2(3x-5)} \cdot (3x-5)' = \\ &= 4 \lg^3(3x-5) \cdot \frac{1}{\cos^2(3x-5)} \cdot 3 = \frac{12 \lg^3(3x-5)}{\cos^2(3x-5)}. \end{aligned}$$

Пример 2. Найти производную сложной функции: $y = \sqrt{3x^4 + x - e}$.

По формул **9а. $(\sqrt{u})' = \frac{1}{2\sqrt{u}} \cdot u'$** находим: $y' =$

$$\frac{1}{2\sqrt{3x^4 + x - e}} \cdot (3x^4 + x - e)' = \frac{12x^3 + 1}{2\sqrt{3x^4 + x - e}}.$$

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию

1. Дать определение производной функции в точке.
2. Дать определение сложной функции.
3. Записать основные правила дифференцирования.
4. Записать основные формулы дифференцирования сложных функций.
5. Чему равна производная сложной функции?

Инструкция по выполнению практической работы

Каждый вариант работы состоит из нескольких задач. Обучающийся должен решить задачи по варианту, номер которого укажет преподаватель.

При выполнении практических работ надо придерживаться следующих правил:

1. Практическую работу следует выполнять в тетради чернилами черного или синего цвета, оставляя поля.
2. На обложке тетради должны быть ясно написаны фамилия обучающегося, его номер специальности, название дисциплины, номер подгруппы.
3. В заголовке работы должны быть указаны номер практической работы, тема практической работы, номер варианта.
4. В работу должны быть включены задачи, указанные в практической работе, строго по предложенному варианту.
5. Перед решением каждой задачи надо выписать полностью ее условие.
6. Решение задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые рисунки.
7. После получения проверенной работы, студент должен исправить все отмеченные ошибки.

Основные требования к обработке результатов расчетов и оформлению отчетов.

Отчет по практической работе должен содержать:

1. Номер и тему практической работы, номер варианта.
2. Номер задачи и ее условие.
3. Подробное решение каждой задачи.
4. Полный ответ к каждой задаче

Критериями оценки результатов работы студентов являются:

1. уровень усвоения студентом учебного материала;
2. умение студента использовать теоретические знания при выполнении практических задач;
3. сформированность ключевых (общеучебных) компетенций;
4. обоснованность и четкость изложения материала;
5. уровень оформления работы.

Задания для практической работы.

Вариант 1.

II. Найти производные функций при заданном значении аргумента:

- а) $f(x) = \sin 3x + \cos 3x$; $f' \left(\frac{\pi}{3} \right) - ?$ б) $f(x) = (2x^2 - 9)^3$; $f'(2) - ?$
- в) $f(x) = x^2 \cdot e^{x+3x}$; $f'(1) - ?$ г) $f(x) = \sqrt{x^3 - 5} + \ln(x^4 + 4x + 12)$; $f'(2) - ?$

Вариант 2.

II. Найти производные функций при заданном значении аргумента:

- а) $f(x) = \frac{e^{-3x} - e^{3x}}{3}$; $f'(0) - ?$ б) $f(x) = \left(\frac{x^2}{3} + 2 \right)^4$; $f'(2) - ?$
- в) $f(x) = 5\sin^5 x - 3\cos^5 x$; $f' \left(\frac{\pi}{4} \right) - ?$ г) $f(z) = (z - 1)\sqrt{z^2 - 1}$; $f'(2) - ?$

Вариант 3.

II. Найти производные функций при заданном значении аргумента:

а) $f(x) = \cos^2 2x$; $f' \left(\frac{\pi}{8} \right) - ?$

б) $f(x) = \arcsin 4x + e^{3x}$; $f'(0) - ?$

в) $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$; $f'(0) - ?$

г) $f(x) = 2\sqrt{e^{2x} + 1}$; $f'(0) - ?$

Вариант 4.

II. Найти производные функций при заданном значении аргумента:

а) $f(x) = \operatorname{tg} \left(3x - \frac{\pi}{4} \right)$; $f' \left(\frac{\pi}{12} \right) - ?$

б) $f(x) = (x - 1)\sqrt{x + 1}$; $f'(3) - ?$

в) $f(x) = \ln \frac{x+1}{x}$; $f'(3) - ?$

г) $f(x) = (x^4 - 2)^5 - e^{6x}$; $f'(0) - ?$

Вариант 5.

III. Найти производные функций при заданном значении аргумента:

а) $f(x) = \ln \frac{x-1}{x^2+1}$; $f'(2) - ?$

б) $f(x) = \arccos \sqrt{x-1}$; $f' \left(\frac{1}{2} \right) - ?$

в) $f(x) = (7-24x^2)^4$; $f'(1) - ?$

г) $f(x) = \operatorname{ctg} \left(\frac{\pi}{6} - x \right)$; $f' \left(\frac{\pi}{3} \right) - ?$

Вариант 6.

IV. Найти производные функций при заданном значении аргумента:

а) $f(x) = 3\sqrt{e^{4x+3}}$; $f'(0) - ?$

б) $f(x) = (2x+3)^5$; $f'(2) - ?$

в) $f(x) = \ln \sin^2 4x$; $f' \left(\frac{\pi}{16} \right) - ?$

г) $f(x) = 2\sin^2 x \cdot \cos x$; $f' \left(\frac{\pi}{2} \right)$

Раздел 2. Начало математического анализа

Тема 2.1. Производная и ее приложения.

Практическая работа №33 «Исследование функции на монотонность»

Учебная цель: Закрепить навыки в проведении исследования функции на монотонность

Образовательные результаты, заявленные во ФГОС СПО:

Студент должен достичь следующих результатов:

личностных: готовность и способность к самостоятельной, творческой и ответственной деятельности; (ОК8)

предметных: Обеспечения сформированности логического, алгоритмического и математического мышления(Ок 4); обеспечения сформированности умений применять полученные знания при решении различных задач(Ок5);

метапредметных: готовность и способность к самостоятельной информационно - познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников (ОК4);

Задачи практической работы:

1.Проводить с помощью производной исследование функции, заданной формулой.

2. Устанавливать связь свойств функции и производной по их графикам.

Обеспеченность занятия:

Учебно-методическая литература:

Учебно-методическая литература:

1. Богомолов Н.В. Математика: учеб. для ссузов / Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. - 9-е изд., стереотип. – М. : Дрофа, 2013. – 395, [5] с.: ил.

2. Богомолов Н.В. Сборник задач по математике: учеб. пособие для ссузов / Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. - 9-е изд., стереотип. – М. : Дрофа, 2012. – 204, [4] с.: ил.

3. Составитель Степанова Т.С. Алгебра. Весь школьный курс в таблицах / сост. Т.С. Степанова – Минск: Букмастер: Кузьма, 2012. - 2-е изд. - 288с.

Программное обеспечение: по данной теме не имеется. Учебники или конспекты.

Рабочая тетрадь: тетрадь в клетку 48 листов

Раздаточные материалы: инструкционные карты -1 на парту

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы:

Алгоритм нахождения интервалов монотонности и точек экстремума функции $y = f(x)$:

1) Вычислить первую производную $f'(x)$ данной функции;

2) Найти критические точки первого рода, т.е. $f'(x) = 0$.

3) Найденными критическими точками разбить область определения на промежутки и исследовать знак производной $f'(x)$ на каждом из полученных промежутков. Если на заданном промежутке производная $f'(x) > 0$, то функция возрастает; если на заданном промежутке производная $f'(x) < 0$, то функция убывает;

4) Если при переходе через критическую точку знак производной меняется с «+» на «-», то функция $f(x)$ имеет в этой точке максимум; если при переходе через критическую точку знак производной меняется с «-» на «+», то функция $f(x)$ имеет в этой точке минимум.

5) Вычислить значение функции в каждой экстремальной точке.

Пример 1. Исследовать с помощью первой производной на экстремум функцию $y = x^3 + 6x^2 - 1$.

Решение: 1) находим производную функции: $y' = (x^3 + 6x^2 - 1)' = 3x^2 + 12x$;

2) находим критические точки: $3x^2 + 12x = 0$; $3x(x + 4) = 0$; $3x = 0$ или $x + 4 = 0$;
 $x_1 = 0$; $x_2 = -4$;

3) разбиваем критическими точками область определения функции на промежутки и определяем знак производной на каждом из полученных промежутков: если $y' < 0$, то функция убывает; если $y' > 0$, то функция возрастает;

	$(-\infty; -4)$	-4	$(-4; 0)$	0	$(0; +\infty)$
y'	+	0	-	0	+
y	↑	$y_{x=-4} = 31$	↓	$y_{x=0} = -1$	↑
		max		min	

Задания для практической работы.

Вариант 1.

Найти промежутки возрастания и убывания функции: $y = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 - 1$;

Вариант 2.

Найти промежутки возрастания и убывания функции: $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 6$

Вариант 3.

Найти промежутки возрастания и убывания функции: $y = x^4 - 4x + 4$;

Вариант 4.

Найти промежутки возрастания и убывания функции: $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 6x$;

Вариант 5.

Найти промежутки возрастания и убывания функции: $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 1$;

Вариант 6.

Найти промежутки возрастания и убывания функции: $y = \frac{2}{3}x^3 + 4x^2 - 10$;

Раздел 2. Начало математического анализа

Тема 2.1. Производная и ее приложения.

Практическая работа №34,35 «Исследование функции на экстремум, исследование функции на экстремум с помощью второй производной. Исследование функции на промежутки выпуклости и точки перегиба» .

Учебная цель: Закрепить навыки в проведении исследования функции на экстремум и точки перегиба

Образовательные результаты, заявленные во ФГОС СПО:

Студент должен достичь следующих результатов:

личностных: готовность и способность к самостоятельной, творческой и ответственной деятельности; (ОК8)

предметных: Обеспечения сформированности логического, алгоритмического и математического мышления(Ок 4); обеспечения сформированности умений применять полученные знания при решении различных задач(Ок5);

метапредметных: готовность и способность к самостоятельной информационно - познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников (ОК4);

Задачи практической работы:

- 1.Проводить с помощью производной исследование функции, заданной формулой.
- 2.Устанавливать связь свойств функции и производной по их графикам.

Обеспеченность занятия:

Учебно-методическая литература:

Учебно-методическая литература:

1.Богомолов Н.В. Математика: учеб.для ссузов / Н.В.Богомолов, П.И.Самойленко. - 9-е изд., стереотип. – М. : Дрофа, 2013. – 395,[5] с.: ил.

2.Богомолов Н.В. Сборник задач по математике: учеб.пособие для ссузов / Н.В.Богомолов, П.И.Самойленко. - 9-е изд., стереотип. – М. : Дрофа, 2012. – 204, [4] с.: ил.

3.Составитель Степанова Т.С. Алгебра. Весь школьный курс в таблицах/ сост.Т.С. Степанова – Минск: Букмастер: Кузьма, 2012.- 2-е изд.-288с.

Программное обеспечение: по данной теме не имеется. Учебники или конспекты.

Рабочая тетрадь: тетрадь в клетку 48 листов

Раздаточные материалы: инструкционные карты -1 на парту

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы:

Алгоритм нахождения интервалов монотонности и точек экстремума функции $y = f(x)$:

1) Вычислить первую производную $f'(x)$ данной функции;

2) Найти критические точки первого рода, т.е. $f'(x) = 0$.

3) Найденными критическими точками разбить область определения на промежутки и исследовать знак производной $f'(x)$ на каждом из полученных промежутков. Если на заданном промежутке производная $f'(x) > 0$, то функция возрастает; если на заданном промежутке производная $f'(x) < 0$, то функция убывает;

4) Если при переходе через критическую точку знак производной меняется с «+» на «-», то функция $f(x)$ имеет в этой точке максимум; если при переходе через критическую точку знак производной меняется с «-» на «+», то функция $f(x)$ имеет в этой точке минимум.

5) Вычислить значение функции в каждой экстремальной точке.

Пример 1. Исследовать с помощью первой производной на экстремум функцию $y = x^3 + 6x^2 - 1$.

Решение: 1) находим производную функции : $y' = (x^3 + 6x^2 - 1)' = 3x^2 + 12x$;

2)находим критические точки: $3x^2 + 12x = 0$; $3x(x + 4) = 0$; $3x = 0$ или $x + 4 = 0$;
 $x_1 = 0$; $x_2 = -4$;

3)разбиваем критическими точками область определения функции на промежутки и определяем знак производной на каждом из полученных промежутков: если $y' < 0$, то функция убывает; если $y' > 0$, то функция возрастает;

	$(-\infty ; -4)$	-4	$(-4; 0)$	0	$(0; +\infty)$
y'	+	0	-	0	+
y	↑	$y_{x=-4}=31$	↓	$y_{x=0} = -1$	↑
		max		min	

Пример 2. Исследовать с помощью второй производной на экстремум функцию $f(x) = x^4 - 2$.

Решение:

1) находим первую производную функции : $f'(x) = (x^4 - 2)' = 4x^3$;

2) находим вторую производную функции : $f''(x) = (4x^3)' = 12x^2$;

3) находим критические точки: $12x^2 = 0$, $x = 0$;

4) находим значение второй производной в критической точке: $f''(0) = 0$

В критической точке: $f''(0) = 0$, поэтому исследование проведем по первому правилу:

	$(-\infty ; 0)$	0	$(0; +\infty)$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	↓	$f(0) = -2$	↑
		min	

2.Алгоритм нахождения промежутков выпуклости и точек перегиба функции $y = f(x)$:

- 1) Вычислить вторую производную $f''(x)$ данной функции;
- 2) Найти критические точки второго рода, т.е. $f''(x) = 0$.
- 3) Найденными критическими точками разбить область определения на промежутки и исследовать знак второй производной $f''(x)$ на каждом из полученных промежутков. Если на заданном промежутке вторая производная $f''(x) > 0$, то выпуклость направлена вниз; если на заданном промежутке вторая производная $f''(x) < 0$, то выпуклость направлена вверх;
- 4) Если при переходе через критическую точку знак второй производной меняется, то функция $f(x)$ имеет в этой точке точку перегиба;
- 5) Вычислить значение функции в каждой критической точке.

Пример 3. Найти точки перегиба графика функции $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 7x - 4$.

Решение: 1) находим первую производную функции :

$$f'(x) = \left(\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 7x - 4\right)' = x^2 - 4x + 7;$$

2) находим вторую производную функции : $f''(x) = (x^2 - 4x + 7)' = 2x - 4$;

3) находим критические точки: $2x - 4 = 0$, $x = 2$;

4) найденными критическими точками разбить область определения на промежутки и исследовать знак второй производной $f''(x)$ на каждом из полученных промежутков.

	$(-\infty; 2)$	2	$(2; +\infty)$
$f''(x)$	-	0	+
$f(x)$	$\cap$	$f(2) = 4\frac{2}{3}$	$\cup$
		точка перегиба	

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию

1. Какая функция называется возрастающей на интервале $(a; b)$?
2. Какая функция называется убывающей на интервале $(a; b)$?
3. Что называется критическими значениями аргумента ?
4. Сформулировать алгоритм нахождения точек экстремума с помощью первой производной.
5. Дать определение выпуклости функции.
6. Какая точка называется точкой перегиба?
7. Сформулировать алгоритм исследования функции на промежутки выпуклости и точек перегиба.

Инструкция по выполнению практической работы

Каждый вариант работы состоит из нескольких задач. Обучающийся должен решить задачи по варианту, номер которого укажет преподаватель.

При выполнении практических работ надо придерживаться следующих правил:

1. Практическую работу следует выполнять в тетради чернилами черного или синего цвета, оставляя поля.
2. На обложке тетради должны быть ясно написаны фамилия обучающегося, его номер специальности, название дисциплины, номер подгруппы.
3. В заголовке работы должны быть указаны номер практической работы, тема практической работы, номер варианта.
4. В работу должны быть включены задачи, указанные в практической работе, строго по предложенному варианту.
5. Перед решением каждой задачи надо выписать полностью ее условие.

6. Решение задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые рисунки.

7. После получения проверенной работы, студент должен исправить все отмеченные ошибки.

Основные требования к обработке результатов расчетов и оформлению отчетов.

Отчет по практической работе должен содержать:

1. Номер и тему практической работы, номер варианта.
2. Номер задачи и ее условие.
3. Подробное решение каждой задачи.
4. Полный ответ к каждой задаче

Критериями оценки результатов работы студентов являются:

1. уровень усвоения студентом учебного материала;
2. умение студента использовать теоретические знания при выполнении практических задач;
3. сформированность ключевых (общеучебных) компетенций;
4. обоснованность и четкость изложения материала;
5. уровень оформления работы.

Задания для практической работы.

Вариант 1.

1. Исследовать кривую на экстремум и точки перегиба. Построить схематический график этой функции: $y = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - \frac{1}{3}$;

Вариант 2.

1. Исследовать кривую на экстремум и точки перегиба. Построить схематический график этой функции: $y = x^3 - 9x^2 - 24x + 12$;

Вариант 3.

1. Исследовать кривую на экстремум и точки перегиба. Построить схематический график этой функции: $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + \frac{1}{3}$;

Вариант 4.

1. Исследовать кривую на экстремум и точки перегиба. Построить схематический график этой функции: $y = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2$;

Вариант 5.

1. Исследовать кривую на экстремум и точки перегиба. Построить схематический график этой функции: $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 6$;

Вариант 6.

1. Исследовать кривую на экстремум и точки перегиба. Построить схематический график этой функции: $y = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2$;

Раздел 2. Начало математического анализа

Тема 2.1. Производная и ее приложения.

Практическая работа №36 «Исследование функции и построение графика» .

Учебная цель: Закрепить навыки в проведении исследования функции на экстремум и точки перегиба

Образовательные результаты, заявленные во ФГОС СПО:

Студент должен достичь следующих результатов:

личностных: готовность и способность к самостоятельной, творческой и ответственной деятельности; (ОК8)

предметных: Обеспечения сформированности логического, алгоритмического и математического мышления(Ок 4); обеспечения сформированности умений применять полученные знания при решении различных задач(Ок5);

метапредметных: готовность и способность к самостоятельной информационно - познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников (ОК4);

Задачи практической работы:

- 1.Проводить с помощью производной исследование функции, заданной формулой.
- 2.Устанавливать связь свойств функции и производной по их графикам.

Обеспеченность занятия:

Учебно-методическая литература:

Учебно-методическая литература:

1.Богомолов Н.В. Математика: учеб.для ссузов / Н.В.Богомолов, П.И.Самойленко. - 9-е изд., стереотип. – М. : Дрофа, 2013. – 395,[5] с.: ил.

2.Богомолов Н.В. Сборник задач по математике: учеб.пособие для ссузов / Н.В.Богомолов, П.И.Самойленко. - 9-е изд., стереотип. – М. : Дрофа, 2012. – 204, [4] с.: ил.

3.Составитель Степанова Т.С. Алгебра. Весь школьный курс в таблицах/ сост.Т.С. Степанова – Минск: Букмастер: Кузьма, 2012.- 2-е изд.-288с.

Программное обеспечение: по данной теме не имеется. Учебники или конспекты.

Рабочая тетрадь: тетрадь в клетку 48 листов

Раздаточные материалы: инструкционные карты -1 на парту

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы:

Алгоритм нахождения интервалов монотонности и точек экстремума функции $y = f(x)$:

- 1) Вычислить первую производную $f'(x)$ данной функции;
- 2) Найти критические точки первого рода, т.е. $f'(x) = 0$.
- 3) Найденными критическими точками разбить область определения на промежутки и исследовать знак производной $f'(x)$ на каждом из полученных промежутков. Если на заданном промежутке производная $f'(x) > 0$, то функция возрастает; если на заданном промежутке производная $f'(x) < 0$, то функция убывает;
- 4) Если при переходе через критическую точку знак производной меняется с «+» на «-», то функция $f(x)$ имеет в этой точке максимум; если при переходе через критическую точку знак производной меняется с «-» на «+», то функция $f(x)$ имеет в этой точке минимум.
- 5) Вычислить значение функции в каждой экстремальной точке.

Пример 1 . Исследовать с помощью первой производной на экстремум функцию $y = x^3 + 6x^2 - 1$.

Решение: 1) находим производную функции : $y' = (x^3 + 6x^2 - 1)' = 3x^2 + 12x$;

2)находим критические точки: $3x^2 + 12x = 0$; $3x(x + 4) = 0$; $3x = 0$ или $x + 4 = 0$;
 $x_1 = 0$; $x_2 = - 4$;

3)разбиваем критическими точками область определения функции на промежутки и определяем знак производной на каждом из полученных промежутков: если $y' < 0$, то функция убывает; если $y' > 0$, то функция возрастает;

	$(-\infty ; -4)$	-4	$(-4; 0)$	0	$(0; +\infty)$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$\uparrow$	$Y_{x=-4}=31$	$\downarrow$	$Y_{x=0} = -1$	$\uparrow$
		max		min	

Пример 2 . Исследовать с помощью второй производной на экстремум функцию $f(x) = x^4 - 2$.

Решение:1) находим первую производную функции : $f'(x) = (x^4 - 2)' = 4x^3$;

2) находим вторую производную функции : $f''(x) = (4x^3)' = 12x^2$;

3) находим критические точки: $12x^2 = 0$, $x = 0$;

4) находим значение второй производной в критической точке: $f''(0) = 0$

В критической точке: $f''(0) = 0$, поэтому исследование проведем по первому правилу:

	$(-\infty ; 0)$	0	$(0; +\infty)$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\downarrow$	$f(0) = -2$	$\uparrow$
		min	

2.Алгоритм нахождения промежутков выпуклости и точек перегиба функции $y = f(x)$:

1) Вычислить вторую производную $f''(x)$ данной функции;

2) Найти критические точки второго рода, т.е. $f''(x) = 0$.

3) Найденными критическими точками разбить область определения на промежутки и исследовать знак второй производной $f''(x)$ на каждом из полученных промежутков. Если на заданном промежутке вторая производная $f''(x) > 0$, то выпуклость направлена вниз; если на заданном промежутке вторая производная $f''(x) < 0$, то выпуклость направлена вверх;

4) Если при переходе через критическую точку знак второй производной меняется, то функция $f(x)$ имеет в этой точке точку перегиба;

5) Вычислить значение функции в каждой критической точке.

Пример 3 . Найти точки перегиба графика функции $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 7x - 4$.

Решение:1) находим первую производную функции :

$$f'(x) = \left(\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 7x - 4\right)' = x^2 - 4x + 7;$$

2) находим вторую производную функции : $f''(x) = (x^2 - 4x + 7)' = 2x - 4$;

3) находим критические точки: $2x - 4 = 0$, $x = 2$;

4) найденными критическими точками разбить область определения на промежутки и исследовать знак второй производной $f''(x)$ на каждом из полученных промежутков.

	$(-\infty ; 2)$	2	$(2; +\infty)$
$f''(x)$	$-$	0	$+$

$f(x)$	$\cap$	$f(2) = 4\frac{2}{3}$	$\cup$
		точка перегиба	

3.Общая схема исследования функций и построение графиков.

- 1) Найти область определения функции;
- 2) Исследовать функцию на четность и нечетность;
- 3) Исследовать функцию на периодичность;
- 4) Найти точки разрыва;
- 5) Найти точки пересечения графика с осями координат (если это не вызывает затруднения);
- 6) Найти промежутки монотонности и точки экстремумов;
- 7) Найти промежутки выпуклости и точку перегиба;
- 8) Найти асимптоты графика функции;
- 9) Построить график функции.

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому

занятию

1. Какая функция называется возрастающей на интервале (а; b) ?
2. Какая функция называется убывающей на интервале (а; b) ?
- 3.Что называется критическими значениями аргумента ?
- 4.Сформулировать алгоритм нахождения точек экстремума с помощью первой производной.
- 5.Дать определение выпуклости функции.
- 6.Какая точка называется точкой перегиба?
- 7.Сформулировать алгоритм исследования функции на промежутки выпуклости и точек перегиба.
8. Сформулировать алгоритм исследования функции и построения графика функции.

Инструкция по выполнению практической работы

Каждый вариант работы состоит из нескольких задач. Обучающийся должен решить задачи по варианту, номер которого укажет преподаватель.

При выполнении практических работ надо придерживаться следующих правил:

1. Практическую работу следует выполнять в тетради чернилами черного или синего цвета, оставляя поля.
2. На обложке тетради должны быть ясно написаны фамилия обучающегося, его номер специальности, название дисциплины, номер подгруппы.
3. В заголовке работы должны быть указаны номер практической работы, тема практической работы, номер варианта.
4. В работу должны быть включены задачи, указанные в практической работе, строго по предложенному варианту.
5. Перед решением каждой задачи надо выписать полностью ее условие.
6. Решение задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые рисунки.
7. После получения проверенной работы, студент должен исправить все отмеченные ошибки.

Основные требования к обработке результатов расчетов и оформлению отчетов.

Отчет по практической работе должен содержать:

1. Номер и тему практической работы, номер варианта.
2. Номер задачи и ее условие.

3. Подробное решение каждой задачи.

4. Полный ответ к каждой задаче

Критериями оценки результатов работы студентов являются:

1. уровень усвоения студентом учебного материала;

2. умение студента использовать теоретические знания при выполнении практических задач;

3. сформированность ключевых (общеучебных) компетенций;

4. обоснованность и четкость изложения материала;

5. уровень оформления работы.

Задания для практической работы.

Вариант 1.

1. Исследовать кривую на экстремум и точки перегиба. Построить схематический график этой функции: $y = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - \frac{1}{3}$;

Вариант 2.

1. Исследовать кривую на экстремум и точки перегиба. Построить схематический график этой функции: $y = x^3 - 9x^2 - 24x + 12$;

Вариант 3.

1. Исследовать кривую на экстремум и точки перегиба. Построить схематический график этой функции: $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + \frac{1}{3}$;

Вариант 4.

1. Исследовать кривую на экстремум и точки перегиба. Построить схематический график этой функции: $y = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2$;

Вариант 5.

1. Исследовать кривую на экстремум и точки перегиба. Построить схематический график этой функции: $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 6$;

Вариант 6.

1. Исследовать кривую на экстремум и точки перегиба. Построить схематический график этой функции: $y = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2$;

Раздел 2. Начало математического анализа

Тема 2.2. Интеграл и его приложения

Практическая работа №37 «Нахождение неопределенного интеграла»

Учебная цель: Закрепить формулы интегрирования.

Образовательные результаты, заявленные во ФГОС СПО:

Студент должен достичь следующих результатов:

личностных: готовность и способность к самостоятельной, творческой и ответственной деятельности; (ОК8)

предметных: Обеспечения сформированности логического, алгоритмического и математического мышления (ОК 4); обеспечения сформированности умений применять полученные знания при решении различных задач (ОК5);

метапредметных: готовность и способность к самостоятельной информационно - познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;(ОК4)

Задачи практической работы:

1. Ознакомиться с понятием интеграла и первообразной.
2. Решать задачи на связь первообразной и ее с производной, на вычисление первообразной для данной функции

Обеспеченность занятия:

Учебно-методическая литература:

Учебно-методическая литература:

1. Богомолов Н.В. Математика: учеб. для ссузов / Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. - 9-е изд., стереотип. – М. : Дрофа, 2013. – 395, [5] с.: ил.
2. Богомолов Н.В. Сборник задач по математике: учеб. пособие для ссузов / Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. - 9-е изд., стереотип. – М.: Дрофа, 2012. – 204, [4] с.: ил.
3. Составитель Степанова Т.С. Алгебра. Весь школьный курс в таблицах/ сост. Т.С. Степанова – Минск: Букмастер: Кузьма, 2012.- 2-е изд.-288с.

Программное обеспечение: по данной теме не имеется. Учебники или конспекты.

Рабочая тетрадь: тетрадь в клетку 48 листов

Раздаточные материалы: инструкционные карты -1 на парту

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы:

Совокупность всех первообразных для функции $f(x)$, определенных на некотором промежутке X , называется **неопределенным интегралом от функции $f(x)$ на том же промежутке** и обозначается символом

$$\int f(x)dx.$$

Если $F(x)$ есть первообразная для функции $f(x)$ на некотором промежутке X , то согласно определению 2 имеем:

$$\int f(x)dx = F(x) + C, \quad (5)$$

где $\int$ - знак интеграла,

$f(x)$ – подынтегральная функция,

$f(x)dx$ – подынтегральное выражение,

x - переменная интегрирования,

C - постоянная интегрирования.

Непосредственное интегрирование. Под непосредственным интегрированием понимают такой способ интегрирования, при котором данный интеграл путем тождественных преобразований подынтегральной функции и применения свойств неопределенного интеграла приводится к одному или нескольким табличным интегралам.

Пример 1. Найти $\int \left(3x^2 + \frac{5}{\sin^2 x} - 5\sqrt{x} - 2 \right) dx$.

Решение : $\int \left(3x^2 + \frac{5}{\sin^2 x} - 5\sqrt{x} - 2 \right) dx$ = применив свойства 4 и 5 получим =

$$= 3 \int x^2 dx + 5 \int \frac{dx}{\sin^2 x} - 5 \int \sqrt{x} dx - 2 \int dx = \text{применив соответственно к каждому}$$

слагаемому формулы 3, 16, 8,1 находим $= 3 \cdot \frac{x^3}{3} + 5(-\operatorname{tg} x) - 5 \cdot \frac{2}{3} x \sqrt{x} - 2x + C =$

$$= x^3 - 5 \operatorname{tg} x - \frac{10}{3} x \sqrt{x} - 2x + C.$$

Пример 2. Найти $\int \frac{5x^4 + 3x^2 - 2x + 9}{x^2} dx$.

Решение : $\int \frac{5x^4 + 3x^2 - 2x + 9}{x^2} dx =$ разделив почленно числитель на знаменатель,

получим $= 5 \int x^2 dx + 3 \int dx - 2 \int \frac{dx}{x} + 9 \int \frac{dx}{x^2} =$ применив соответственно к каждому

слагаемому формулы 3, 1, 5, 3 находим $=$

$$5 \frac{x^3}{3} + 3x - 2 \ln x + 9 \frac{x^{-1}}{-1} + C = \frac{5}{3} x^3 + 3x - 2 \ln x - \frac{9}{x} + C.$$

Пример 3. Найти $\int \frac{3x^2 \sqrt{x}}{\sqrt[3]{x^2}} dx$.

Решение : Преобразуем подынтегральную функцию следующим образом:

$$\int \frac{3x^2 \sqrt{x}}{\sqrt[3]{x^2}} dx = 3 \int x^2 \cdot x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{-\frac{2}{3}} dx = 3 \int x^{\frac{11}{6}} dx = \text{применив табличный интеграл 3, получим:}$$

$$=$$

$$= 3 \frac{x^{\frac{11}{6}+1}}{\frac{11}{6}+1} + C = \frac{18}{17} x^{\frac{17}{6}} + C = \frac{18}{17} x^{2\frac{5}{6}} \sqrt{x^5} + C.$$

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию

1. Определение первообразной функции.
2. Определение неопределенного интеграла.
3. Свойства неопределенного интеграла.

Инструкция по выполнению практической работы

Каждый вариант работы состоит из нескольких задач. Обучающийся должен решить задачи по варианту, номер которого укажет преподаватель.

При выполнении практических работ надо придерживаться следующих правил:

1. Практическую работу следует выполнять в тетради чернилами черного или синего цвета, оставляя поля.
2. На обложке тетради должны быть ясно написаны фамилия обучающегося, его номер специальности, название дисциплины, номер подгруппы.
3. В заголовке работы должны быть указаны номер практической работы, тема практической работы, номер варианта.
4. В работу должны быть включены задачи, указанные в практической работе, строго по предложенному варианту.
5. Перед решением каждой задачи надо выписать полностью ее условие.
6. Решение задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые рисунки.

7. После получения проверенной работы, студент должен исправить все отмеченные ошибки.

Основные требования к обработке результатов расчетов и оформлению отчетов.

Отчет по практической работе должен содержать:

1. Номер и тему практической работы, номер варианта.
2. Номер задачи и ее условие.
3. Подробное решение каждой задачи.
4. Полный ответ к каждой задаче

Критериями оценки результатов работы студентов являются:

1. уровень усвоения студентом учебного материала;
2. умение студента использовать теоретические знания при выполнении практических задач;
3. сформированность ключевых (общеучебных) компетенций;
4. обоснованность и четкость изложения материала;
5. уровень оформления работы.

Задания для практической работы.

Вариант 1.

Найти следующие неопределенные интегралы

а) $\int (2x^{-1,2} + 3x^{-0,8} - 5)dx$ б) $\int \frac{\sqrt{x} - x^3 e^x + x^2}{x^3} dx$ в) $\int \left(\sin x + \frac{2}{\cos^2 x} \right) dx;$
г) $\int (5^x + e^x) dx;$

Вариант 2.

Найти следующие неопределенные интегралы

а) $\int \left(3x^5 - \cos x - \frac{2}{\sin^2 x} \right) dx$ б) $\int \frac{(1-x)^2}{x\sqrt{x}} dx$ в) $\int \left(\frac{3}{\cos^2 x} + \frac{5}{\sin^2 x} \right) dx;$ г) $\int \frac{dx}{x^2 + 25}.$

Вариант 3.

Найти следующие неопределенные интегралы

а) $\int (\arcsin x + \arccos x) dx$ б) $\int \frac{3 \cdot 2^x - 2 \cdot 3^x}{2^x} dx$ в) $\int \left(\sqrt{x} + \frac{8}{\sqrt{x}} \right) dx;$ г) $\int 2\pi(6 - 7x^2) dx;$

Вариант 4.

Найти следующие неопределенные интегралы

а) $\int (3,4x^{-0,17} + \frac{1}{x^2}) dx$ б) $\int \frac{4\cos^2 x - 5}{\cos^2 x} dx.$ в) $\int (9^x - 5x^3) dx;$
г) $\int \frac{dx}{\sqrt{4 - 9x^2}}$

Вариант 5.

Найти следующие неопределенные интегралы

$$\begin{array}{llll} \text{а)} \int \frac{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[4]{x}}{\sqrt{x}} dx & \text{б)} \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 9}} & \text{в)} \int (3x + 5) dx & \text{г)} \\ \int \left(\frac{3}{\sin^2 x} - \frac{5}{\cos^2 x} \right) dx \end{array}$$

Вариант 6.

Найти следующие неопределенные интегралы

$$\begin{array}{llll} \text{а)} \int \left(e^x + \frac{2}{x} \right) dx & \text{б)} \int \left(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} - \frac{3}{\sqrt[3]{x}} \right) dx & \text{в)} \int \frac{3 + 2x^3 \sin^2 x}{\sin^2 x} dx. & \text{г)} \\ \int \frac{(1+x)^3}{x^2} dx \end{array}$$

Раздел 2. Начало математического анализа

Тема 2.2. Интеграл и его приложения

Практическая работа № 38 «Нахождение неопределенного интеграла разными способами»

Учебная цель: Приобрести навыки в вычислении неопределенного интеграла методом подстановки.

Образовательные результаты, заявленные во ФГОС СПО:

Студент должен достичь следующих результатов:

личностных: готовность и способность к самостоятельной, творческой и ответственной деятельности (ОК8);

предметных: Обеспечения сформированности логического, алгоритмического и математического мышления (ОК 4); обеспечения сформированности умений применять полученные знания при решении различных задач (ОК5);

метапредметных: готовность и способность к самостоятельной информационно - познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников (ОК4);

Задачи практической работы:

1. Ознакомиться с понятием интеграла и первообразной.
2. Решать задачи на связь первообразной и ее с производной, на вычисление первообразной для данной функции

Обеспеченность занятия:

Учебно-методическая литература:

Учебно-методическая литература:

1. Богомолов Н.В. Математика: учеб. для ссузов / Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. - 9-е изд., стереотип. - М. : Дрофа, 2013. - 395, [5] с.: ил.
2. Богомолов Н.В. Сборник задач по математике: учеб. пособие для ссузов / Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. - 9-е изд., стереотип. - М.: Дрофа, 2012. - 204, [4] с.: ил.
3. Составитель Степанова Т.С. Алгебра. Весь школьный курс в таблицах/ сост. Т.С. Степанова - Минск: Букмастер: Кузьма, 2012.- 2-е изд.-288с.

Программное обеспечение: по данной теме не имеется. Учебники или конспекты.

Рабочая тетрадь: тетрадь в клетку 48 листов

Раздаточные материалы: инструкционные карты -1 на парту

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы:

Интегрирование методом замены переменной (методом подстановки).

Вычислить заданный интеграл непосредственным интегрированием удастся далеко не всегда, а иногда это связано с большими трудностями. В этих случаях применяют другие приемы. Одним из наиболее эффективных приемов является метод подстановки или замены переменной интегрирования. Сущность этого метода заключается в том, что путем введения новой переменной интегрирования удастся свести заданный интеграл к новому интегралу, который сравнительно легко берется непосредственно. Рассмотрим на примерах, как можно осуществлять такое введение.

Пример 1. Найти $\int (4x^3 + 3)^6 x^2 dx$.

Решение : Данный интеграл мы должны привести к табличному интегралу 3. Для этого:

1) скобку $(4x^3 + 3)$ обозначим за новую переменную t : $4x^3 + 3 = t$;

2) продифференцируем обе части равенства: $d(4x^3 + 3) = dt$;

$\Rightarrow (4x^3 + 3)' dx = dt$; $12x^2 dx = dt$;

3) выразим dx : $dx = \frac{dt}{12x^2}$;

4) теперь в данный интеграл вместо скобки подставим t , а вместо dx выражение $\frac{dt}{12x^2}$;

$$\begin{aligned} \text{Получаем: } \int (4x^3 + 3)^6 x^2 dx &= \int t^6 \cdot x^2 \cdot \frac{dt}{12x^2} = \\ \int \frac{t^6 dt}{12} &= \frac{1}{12} \int t^6 dt = \frac{1}{12} \cdot \frac{t^7}{7} + C = \frac{t^7}{84} + C = \frac{(4x^3 + 3)^7}{84} + C. \end{aligned}$$

Пример 2. Найти $\int \cos^4 3x \cdot \sin 3x dx = \int t^4 \cdot \sin 3x \cdot \frac{dt}{-3 \sin 3x} = -\frac{1}{3} \int t^4 dt = -\frac{1}{3} \cdot \frac{t^5}{5} =$

$$\begin{array}{l|l} \cos 3x = t & \\ d(\cos 3x) = dt & \\ (\cos 3x)' dx = dt & \\ \text{Решение : } (-\sin 3x) \cdot (3x)' dx = dt & = -\frac{t^5}{15} + C = -\frac{\cos^5 3x}{15} + C. \\ -3 \sin 3x dx = dt & \\ dx = \frac{dt}{-3 \sin 3x} & \end{array}$$

Пример 3. Найти $\int \frac{3x dx}{\sqrt[3]{(x^2 - 2)^2}} = \int \frac{3 \cdot \frac{dt}{2}}{\sqrt[3]{t^2}} = \frac{3}{2} \int \frac{dt}{t^{\frac{2}{3}}} = \frac{3}{2} \int t^{-\frac{2}{3}} dt = \frac{3}{2} \cdot \frac{t^{-\frac{2}{3}+1}}{-\frac{2}{3}+1} + C =$

$$\begin{array}{l|l}
 x^2 - 2 = t \\
 d(x^2 - 2) = dt \\
 2x dx = dt \\
 x dx = \frac{dt}{2}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 \text{Решение: } (x^2 - 2)' dx = dt \\
 = \frac{3}{2} \cdot \frac{t^{\frac{1}{3}}}{\frac{1}{3}} + C = \frac{9}{2} \sqrt[3]{t} + C = \frac{9}{2} \sqrt[3]{(x^2 - 2)} + C.
 \end{array}$$

Пример 4. Найти $\int \frac{3e^{2x} dx}{\sqrt{e^{4x} + 4}} = \int \frac{3 \cdot \frac{1}{2} dt}{\sqrt{t^2 + 4}} = \frac{3}{2} \int \frac{dt}{\sqrt{t^2 + 4}} = \frac{3}{2} \ln |t + \sqrt{t^2 + 4}| + C =$

Решение:

$$\begin{array}{l|l}
 e^{2x} = t \\
 d(e^{2x}) = dt \\
 (e^{2x})' dx = dt \\
 e^{2x} \cdot (2x)' dx = dt \\
 2e^{2x} dx = dt \\
 e^{2x} dx = \frac{1}{2} dt
 \end{array}
 \quad
 = \frac{3}{2} \ln |e^{2x} + \sqrt{e^{4x} + 4}| + C.$$

Алгоритм вычисления наибольшего и наименьшего значений функции $y = f(x)$:

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию

1. В чем состоит суть интегрирования методом подстановки?
2. Алгоритм интегрирования методом подстановки.

Инструкция по выполнению практической работы

Каждый вариант работы состоит из нескольких задач. Обучающийся должен решить задачи по варианту, номер которого укажет преподаватель.

При выполнении практических работ надо придерживаться следующих правил:

1. Практическую работу следует выполнять в тетради чернилами черного или синего цвета, оставляя поля.
2. На обложке тетради должны быть ясно написаны фамилия обучающегося, его номер специальности, название дисциплины, номер подгруппы.
3. В заголовке работы должны быть указаны номер практической работы, тема практической работы, номер варианта.
4. В работу должны быть включены задачи, указанные в практической работе, строго по предложенному варианту.
5. Перед решением каждой задачи надо выписать полностью ее условие.
6. Решение задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые рисунки.
7. После получения проверенной работы, студент должен исправить все отмеченные ошибки.

Основные требования к обработке результатов расчетов и оформлению отчетов.

Отчет по практической работе должен содержать:

1. Номер и тему практической работы, номер варианта.
2. Номер задачи и ее условие.
3. Подробное решение каждой задачи.
4. Полный ответ к каждой задаче

Критериями оценки результатов работы студентов являются:

1. уровень усвоения студентом учебного материала;
2. умение студента использовать теоретические знания при выполнении практических задач;
3. сформированность ключевых (общеучебных) компетенций;
4. обоснованность и четкость изложения материала;
5. уровень оформления работы.

Задания для практической работы.

Вариант 1.

Найти следующие неопределенные интегралы

$$\begin{array}{lll} \text{а) } \int \frac{dx}{\sqrt[3]{(2-3x)^2}} & \text{б) } \int \left(\cos \frac{x}{3} - \sin 3x \right) dx & \text{в) } \int \frac{x dx}{\sqrt{x^2+1}} \quad \text{г) } \int e^{\sin x} \cos x dx \end{array}$$

Вариант 2.

Найти следующие неопределенные интегралы

$$\begin{array}{lll} \text{а) } \int (\sqrt[3]{3x-2}) dx & \text{б) } \int \frac{z^5 dz}{\sqrt{4-5z^6}} & \text{в) } \int \frac{\cos x dx}{\sqrt[3]{\sin^2 x}} \quad \text{г) } \int \sin^3 x \cos x dx \end{array}$$

Вариант 3.

Найти следующие неопределенные интегралы

$$\begin{array}{lll} \text{а) } \int (\cos^4 x - \sin^4 x) dx & \text{б) } \int e^{x^2-6x} (x-3) dx & \text{в) } \int \frac{x^4 dx}{\sqrt{4+x^5}} \quad \text{г) } \int \operatorname{tg}(5-3x) dx \end{array}$$

Вариант 4.

Найти следующие неопределенные интегралы

$$\begin{array}{lll} \text{а) } \int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx & \text{б) } \int \frac{dx}{(2x-3)^5} & \text{в) } \int e^{-x^3} x^2 dx \quad \text{г) } \int \frac{3x dx}{\sqrt{4-9x^2}} \end{array}$$

Вариант 5.

Найти следующие неопределенные интегралы

$$\begin{array}{lll} \text{а) } \int \frac{x dx}{1+9x^2} & \text{б) } \int \frac{\sin x dx}{\sqrt[3]{\cos^2 x}} & \text{в) } \int \frac{\sqrt{\ln x}}{x} dx \quad \text{г) } \int e^x (\sin e^x) dx \end{array}$$

Вариант 6.

Найти следующие неопределенные интегралы

а) $\int (e^x + 1)^4 e^x dx$ б) $\int \cos^3 x \sin 2x dx$ в) $\int \frac{e^x dx}{e^x + 1}$ г) $\int e^{2x^2 - 8x + 5} (x - 2) dx$

Раздел 2. Начало математического анализа

Тема 2.2. Интеграл и его приложения

Практическая работа №39 «Нахождение определенного интеграла»

Учебная цель: Приобрести навыки в вычислении определенного интеграла.

Образовательные результаты, заявленные во ФГОС СПО:

Студент должен достичь следующих результатов:

личностных: готовность и способность к самостоятельной, творческой и ответственной деятельности (ОК8);

предметных: Обеспечения сформированности логического, алгоритмического и математического мышления (ОК 4); обеспечения сформированности умений применять полученные знания при решении различных задач (ОК5);

метапредметных: готовность и способность к самостоятельной информационно - познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников (ОК4).

Задачи практической работы:

1. Изучить правила вычисления первообразной и теорему Ньютона- Лейбница.

Обеспеченность занятия:

Учебно-методическая литература:

Учебно-методическая литература:

1. Богомолов Н.В. Математика: учеб. для ссузов / Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. - 9-е изд., стереотип. – М. : Дрофа, 2013. – 395, [5] с.: ил.
2. Богомолов Н.В. Сборник задач по математике: учеб. пособие для ссузов / Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. - 9-е изд., стереотип. – М.: Дрофа, 2012. – 204, [4] с.: ил.
3. Составитель Степанова Т.С. Алгебра. Весь школьный курс в таблицах/ сост. Т.С. Степанова – Минск: Букмастер: Кузьма, 2012.- 2-е изд.-288с.

Программное обеспечение: по данной теме не имеется. Учебники или конспекты.

Рабочая тетрадь: тетрадь в клетку 48 листов

Раздаточные материалы: инструкционные карты -1 на парту

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы:

Пусть функция $F(x)$ является первообразной для функции $f(x)$ в некотором промежутке X , а числа a и b принадлежат этому промежутку.

Приращение $F(b) - F(a)$ любой из первообразных функций $F(x) + C$ при изменении аргумента от $x = a$ до $x = b$ называется **определенным интегралом от a до b функции**

$f(x)$ и обозначается $\int_a^b f(x) dx$.

$$\int_a^b f(x)dx = F(x)|_a^b = F(b) - F(a) \quad - \text{ формула Ньютона-Лейбница}$$

Таким образом, чтобы вычислить определенный интеграл $\int_a^b f(x)dx$, нужно:

- 1) найти какую-нибудь первообразную $F(x)$ для функции $f(x)$ (найти неопределенный интеграл от функции $f(x)$, в котором постоянная интегрирования $C=0$);
- 2) в полученное выражение подставить вместо x сначала верхний предел интегрирования b , а затем нижний предел a , и из результата первой подстановки вычитать результат второй.

Методы интегрирования определенного интеграла.

1. Непосредственное интегрирование. Под непосредственным интегрированием понимают такой способ интегрирования, при котором данный интеграл путем тождественных преобразований подынтегральной функции и применения свойств определенного интеграла приводится к одному или нескольким табличным интегралам.

Пример 1. Вычислить $\int_{-1}^3 (x^2 + 4x - 5)dx$.

Решение: $\int_{-1}^3 (x^2 + 4x - 5)dx = (\text{применим свойства 1 и 2 получим:}) =$

$$\int_{-1}^3 x^2 dx + 4 \int_{-1}^3 x dx - 5 \int_{-1}^3 dx = (\text{применим к каждому интегралу формулу Ньютона-Лейбница и табличные интегралы 3, 3, 1, получим:}) =$$

$$\left. \frac{x^3}{3} \right|_{-1}^3 + 4 \cdot \left. \frac{x^2}{2} \right|_{-1}^3 - 5x \Big|_{-1}^3 = \frac{3^3 - (-1)^3}{3} + 2(3^2 - (-1)^2) - 5(3 - (-1)) = \frac{27+1}{3} + 2(9-1) - 5 \cdot 4 = \frac{28}{3} + 16 - 20 =$$

$$= 9\frac{1}{3} - 4 = 5\frac{1}{3}.$$

Пример 2. Вычислить $\int_{\frac{\sqrt{3}}{2}}^1 \frac{2dx}{\sqrt{1-x^2}}$.

Решение: $\int_{\frac{\sqrt{3}}{2}}^1 \frac{2dx}{\sqrt{1-x^2}} = 2 \arcsin x \Big|_{\frac{\sqrt{3}}{2}}^1 = 2 \left(\arcsin 1 - \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 2 \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} \right) = 2 \cdot \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3}.$

Пример 3. Вычислить $\int_{\frac{\sqrt{3}}{4}}^{\frac{3}{4}} \frac{3dx}{9+16x^2}$.

Решение: $\int_{\frac{\sqrt{3}}{4}}^{\frac{3}{4}} \frac{3dx}{9+16x^2} =$

$$\int_{\frac{\sqrt{3}}{4}}^{\frac{3}{4}} \frac{3dx}{16 \left(\frac{9}{16} + x^2 \right)} = \frac{3}{16} \int_{\frac{\sqrt{3}}{4}}^{\frac{3}{4}} \frac{dx}{\left(\frac{3}{4} \right)^2 + x^2} = \frac{3}{16} \cdot \frac{4}{3} \arctg \frac{4x}{3} \Big|_{\frac{\sqrt{3}}{4}}^{\frac{3}{4}} = \frac{1}{4} \left(\arctg 1 - \arctg \frac{\sqrt{3}}{3} \right) = \frac{1}{4} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6} \right) = \frac{\pi}{48}.$$

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию

1. Определение определенного интеграла.
2. Формула Ньютона-Лейбница

Инструкция по выполнению практической работы

Каждый вариант работы состоит из нескольких задач. Обучающийся должен решить задачи по варианту, номер которого укажет преподаватель.

При выполнении практических работ надо придерживаться следующих правил:

1. Практическую работу следует выполнять в тетради чернилами черного или синего цвета, оставляя поля.
2. На обложке тетради должны быть ясно написаны фамилия обучающегося, его номер специальности, название дисциплины, номер подгруппы.
3. В заголовке работы должны быть указаны номер практической работы, тема практической работы, номер варианта.
4. В работу должны быть включены задачи, указанные в практической работе, строго по предложенному варианту.
5. Перед решением каждой задачи надо выписать полностью ее условие.
6. Решение задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые рисунки.
7. После получения проверенной работы, студент должен исправить все отмеченные ошибки.

Основные требования к обработке результатов расчетов и оформлению отчетов.

Отчет по практической работе должен содержать:

1. Номер и тему практической работы, номер варианта.
2. Номер задачи и ее условие.
3. Подробное решение каждой задачи.
4. Полный ответ к каждой задаче

Критериями оценки результатов работы студентов являются:

1. уровень усвоения студентом учебного материала;
2. умение студента использовать теоретические знания при выполнении практических задач;
3. сформированность ключевых (общеучебных) компетенций;
4. обоснованность и четкость изложения материала;
5. уровень оформления работы.

Задания для практической работы.

Вариант 1.

Вычислить интегралы:

$$\begin{array}{llll} \text{а) } \int_1^2 (4x^3 - 6x^2 + 2x + 1)dx ; & \text{б) } \int_0^1 (2x^3 - 1)dx & \text{в) } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx ; & \text{г) } \int_0^4 \frac{(x+1)}{\sqrt{x}} dx ; \end{array}$$

Вариант 2.

Вычислить интегралы:

$$\text{a) } \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{1}{\cos^2 x} + \sin x \right) dx \quad \text{б) } \int_1^2 \left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} + 1 \right) dx \quad \text{в) } \int_{-1}^1 \left(1 - \sqrt[3]{x^2} \right) dx; \quad \text{г) }$$

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x dx;$$

Вариант 3.

Вычислить интегралы:

$$\text{a) } \int_2^3 (3x^2 - 4x - 1) dx \quad \text{б) } \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin x dx \quad \text{в) } \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \left(\frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx; \quad \text{г) }$$

$$\int_5^{5\sqrt{3}} \frac{dx}{25 + x};$$

Вариант 4.

Вычислить интегралы:

$$\text{a) } \int_0^4 (4\sqrt[3]{2x} - 3\sqrt{x}) dx \quad \text{б) } \int_{-\frac{2}{3}}^0 (2 + 3x)^3 dx \quad \text{в) } \int_1^4 \frac{x+1}{\sqrt{x}} dx \quad \text{г) } \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{du}{9 + 25u^2}$$

Вариант 5.

Вычислить интегралы:

$$\text{a) } \int_0^8 (8\sqrt[3]{x} - 3\sqrt{2x}) dx \quad \text{б) } \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{dx}{3\cos^2 \frac{x}{3}} \quad \text{в) } \int_{-2}^2 (3x^2 + 5x) dx \quad \text{г) }$$

$$\int_1^e \frac{2\sqrt{x} + 5 - 7x}{x} dx;$$

Вариант 6.

Вычислить интегралы:

$$\text{a) } \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{1}{\sin^2 x} - \cos 2x \right) dx \quad \text{б) } \int_0^1 (x^2 + 1)x dx \quad \text{в) } \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{2 + x \cdot \cos x}{x} dx \quad \text{г) }$$

$$\int_1^4 \left(2x^2 - 3x - \frac{1}{2\sqrt{x}} \right) dx$$

Раздел 2. Начало математического анализа

Тема 2.2. Интеграл и его приложения

Практическая работа № 40 «Нахождение определенного интеграла разными способами»

Учебная цель: Приобрести навыки в вычислении определенного интеграла методом подстановки.

Образовательные результаты, заявленные во ФГОС СПО:

Студент должен достичь следующих результатов:

личностных: готовность и способность к самостоятельной, творческой и ответственной деятельности (ОК8);

предметных: Обеспечения сформированности логического, алгоритмического и математического мышления (Ок 4); обеспечения сформированности умений применять полученные знания при решении различных задач (Ок5);

метапредметных: готовность и способность к самостоятельной информационно - познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников (ОК4);

Задачи практической работы:

1. Изучить правила вычисления первообразной и теорему Ньютона- Лейбница.

Обеспеченность занятия:

Учебно-методическая литература:

Учебно-методическая литература:

1.Богомолов Н.В. Математика: учеб.для ссузов / Н.В.Богомолов, П.И.Самойленко. - 9-е изд., стереотип. – М. : Дрофа, 2013. – 395,[5] с.: ил.

2.Богомолов Н.В. Сборник задач по математике: учеб.пособие для ссузов / Н.В.Богомолов, П.И.Самойленко. - 9-е изд., стереотип. – М. : Дрофа, 2012. – 204, [4] с.: ил.

3.Составитель Степанова Т.С. Алгебра. Весь школьный курс в таблицах/ сост.Т.С. Степанова – Минск: Букмастер: Кузьма, 2012.- 2-е изд.-288с.

Программное обеспечение: по данной теме не имеется. Учебники или конспекты.

Рабочая тетрадь: тетрадь в клетку 48 листов

Раздаточные материалы: инструкционные карты -1 на парту

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы:

Пусть функция $F(x)$ является первообразной для функции $f(x)$ в некотором промежутке X , а числа a и b принадлежат этому промежутку.

Приращение $F(b) - F(a)$ любой из первообразных функций $F(x)+C$ при изменении аргумента от $x = a$ до $x = b$ называется **определенным интегралом от a**

до b функции $f(x)$ и обозначается $\int_a^b f(x)dx$.

$$\int_a^b f(x)dx = F(x)|_a^b = F(b) - F(a) \quad - \text{ формула Ньютона-Лейбница}$$

Правило интегрирования подстановкой:

- 1) Определяют к какому табличному интегралу приводится данный интеграл (предварительно преобразовав данный интеграл, если нужно)
- 2) Определяют какую часть подынтегральной функции заменить новой переменной и записать эту замену.

3) Находят дифференциалы обеих частей записи и выражают дифференциал старой переменной (или выражение, содержащее этот дифференциал) через дифференциал новой переменной.

4) Найти новые пределы интегрирования для новой переменной

5) Производят замену под интегралом.

6) Находят полученный интеграл

Пример 1. Вычислить $\int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{1+x}}$

Решение: Находим определенный интеграл $\int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{1+x}}$:

1) положим $1+x=t$,

2) дифференцируем обе части этого равенства: $(1+x)' dx = dt$; $dx = dt$;

3) находим новые пределы интегрирования, относительно к новой переменной t :

$$\sqrt{1+3} = \sqrt{4} = 2$$

$$\sqrt{1+0} = \sqrt{1} = 1$$

4) таким образом,

$$\int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{1+x}} = \int_1^2 \frac{dt}{\sqrt{t}} = 2t \Big|_1^2 = 2(2-1) = 2 \cdot 1 = 2.$$

Пример 2. Вычислить $\int_1^e \frac{3 \ln^2 x dx}{x}$.

Решение: Находим определенный интеграл $\int_1^e \frac{3 \ln^2 x dx}{x}$:

1) $\ln x = t$;

2) $d(\ln x) = dt$; $(\ln x)' dx = dt$; $\frac{1}{x} dx = dt$; $dx = x dt$;

3) $\ln e = 1$; $\ln 1 = 0$;

4) $\int_1^e \frac{3 \ln^2 x dx}{x} = \int_0^1 \frac{3t^2 x dt}{x} = 3 \int_0^1 t^2 dt = 3 \cdot \frac{t^3}{3} \Big|_0^1 = t^3 \Big|_0^1 = 1^3 - 0^3 = 1.$

Пример 3. Вычислить $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{2 \sin x dx}{(1 - \cos x)^2}$.

Решение: Находим определенный интеграл $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{2 \sin x dx}{(1 - \cos x)^2}$:

1) $1 - \cos x = t$;

2) $d(1 - \cos x) = dt$; $(1 - \cos x)' dx = dt$; $\sin x dx = dt$; $dx = \frac{dt}{\sin x}$;

3) $1 - \cos \pi = 1 - (-1) = 2$; $1 - \cos \frac{\pi}{2} = 1 - 0 = 1$;

$$4) \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{2 \sin x dx}{(1 - \cos x)^2} =$$

$$\int_1^2 \frac{2 \sin x \cdot \frac{dt}{\sin x}}{t^2} = 2 \int_1^2 t^{-2} dt = 2 \left. \frac{t^{-1}}{-1} \right|_1^2 = \left. \frac{-2}{t} \right|_1^2 = \frac{-2}{2} - \frac{-2}{1} = -1 + 2 = 1.$$

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию

1. Определение определенного интеграла.
2. Формула Ньютона-Лейбница.
3. Способ подстановки.

Инструкция по выполнению практической работы

Каждый вариант работы состоит из нескольких задач. Обучающийся должен решить задачи по варианту, номер которого укажет преподаватель.

При выполнении практических работ надо придерживаться следующих правил:

1. Практическую работу следует выполнять в тетради чернилами черного или синего цвета, оставляя поля.
2. На обложке тетради должны быть ясно написаны фамилия обучающегося, его номер специальности, название дисциплины, номер подгруппы.
3. В заголовке работы должны быть указаны номер практической работы, тема практической работы, номер варианта.
4. В работу должны быть включены задачи, указанные в практической работе, строго по предложенному варианту.
5. Перед решением каждой задачи надо выписать полностью ее условие.
6. Решение задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые рисунки.
7. После получения проверенной работы, студент должен исправить все отмеченные ошибки.

Основные требования к обработке результатов расчетов и оформлению отчетов.

Отчет по практической работе должен содержать:

1. Номер и тему практической работы, номер варианта.
2. Номер задачи и ее условие.
3. Подробное решение каждой задачи.
4. Полный ответ к каждой задаче

Критериями оценки результатов работы студентов являются:

1. уровень усвоения студентом учебного материала;
2. умение студента использовать теоретические знания при выполнении практических задач;
3. сформированность ключевых (общеучебных) компетенций;
4. обоснованность и четкость изложения материала;
5. уровень оформления работы.

Задания для практической работы.

Вариант 1.

Вычислить интегралы:

$$\text{a)} \int_0^1 \frac{6x^2 dx}{1+2x^3}; \quad \text{б)} \int_0^7 \frac{dx}{\sqrt[3]{(8-x)^2}}; \quad \text{в)} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x dx}{2+\sin x}; \quad \text{г)} \int_{\pi}^0 \sin \frac{5x-\pi}{4} dx;$$

Вариант 2.

Вычислить интегралы:

$$\text{a)} \int_{2\sqrt{2}}^4 3x\sqrt{x^2-7} dx; \quad \text{б)} \int_0^2 \frac{4x}{\sqrt{1+2x^2}} dx; \quad \text{в)} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \sin\left(2x-\frac{\pi}{2}\right) dx; \quad \text{г)}$$

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x dx;$$

Вариант 3.

Вычислить интегралы:

$$\text{a)} \int_{-5}^9 \frac{x dx}{\sqrt{x^2+144}}; \quad \text{б)} \int_0^{\frac{\pi}{2}} 12^{\sin x} \cos x dx; \quad \text{в)} \int_1^{\sqrt{3}} \frac{128x dx}{(x^2+1)^5}; \quad \text{г)} \int_0^1 \frac{e^x dx}{e^x+5};$$

Вариант 4.

Вычислить интегралы:

$$\text{a)} \int_0^1 3e^{x^3} x^2 dx; \quad \text{б)} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cos^2 x dx; \quad \text{в)} \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{3x+1}}; \quad \text{г)} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x dx}{3-2\cos x}$$

Вариант 5.

Вычислить интегралы:

$$\text{a)} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x \sin x dx; \quad \text{б)} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{dx}{3\cos^2 \frac{x}{3}}; \quad \text{в)} \int_2^4 \frac{15x dx}{(x^2-1)^3}; \quad \text{г)}$$

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} 5^{2\sin x} \cos x dx;$$

Вариант 6.

Вычислить интегралы:

$$\text{а) } \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{2 \sin x dx}{(1 - \cos x)^2} ; \quad \text{б) } \int_0^{\frac{\pi}{4}} e^{\cos 2x} \sin 2x dx ; \quad \text{в) } \int_{-2}^{-1} \frac{dx}{(11 + 5x)^3} ; \quad \text{г) }$$

$$\int_0^{\sqrt{3}} 6\sqrt{x^4 + 16x^3} dx$$

Раздел 2. Начало математического анализа

Тема 2.2. Интеграл и его приложения

Практическая работа №41 «Решение задач на геометрический смысл определенного интеграла»

Учебная цель: Приобрести навыки в решении задач на вычисление площадей плоских фигур.

Образовательные результаты, заявленные во ФГОС СПО:

Студент должен достичь следующих результатов:

личностных: готовность и способность к самостоятельной, творческой и ответственной деятельности (ОК8);

предметных: Обеспечения сформированности логического, алгоритмического и математического мышления (Ок 4); обеспечения сформированности умений применять полученные знания при решении различных задач (Ок5);

метапредметных: готовность и способность к самостоятельной информационно - познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников (ОК4);

Задачи практической работы:

1. Решать задачи на применение интеграла для вычисления площадей.

Обеспеченность занятия:

Учебно-методическая литература:

Учебно-методическая литература:

1. Богомолов Н.В. Математика: учеб. для ссузов / Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. - 9-е изд., стереотип. - М. : Дрофа, 2013. - 395, [5] с.: ил.

2. Богомолов Н.В. Сборник задач по математике: учеб. пособие для ссузов / Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. - 9-е изд., стереотип. - М. : Дрофа, 2012. - 204, [4] с.: ил.

3. Составитель Степанова Т.С. Алгебра. Весь школьный курс в таблицах / сост. Т.С. Степанова - Минск: Букмастер: Кузьма, 2012. - 2-е изд. - 288с.

Программное обеспечение: по данной теме не имеется. Учебники или конспекты.

Рабочая тетрадь: тетрадь в клетку 48 листов

Раздаточные материалы: инструкционные карты -1 на парту

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы:

С геометрической точки зрения **определенный интеграл** $\int_a^b f(x) dx$

непрерывной функции $f(x)$ численно равен площади фигуры, ограниченной кривой

$y = f(x)$, осью Ox и прямыми $x = a$ и $x = b$. В соответствии с этим формула площади записывается так:

$$S = \int_a^b f(x)dx \quad \text{или} \quad S = \int_a^b ydx, \quad \text{где} \quad y = f(x).$$

Фигура, ограниченная кривой $y = f(x)$, прямыми $x = a$, $x = b$ и осью Ox , называется **криволинейной трапецией**.

При вычислении площадей плоских фигур с применением определенного интеграла рассмотрим следующие случаи.

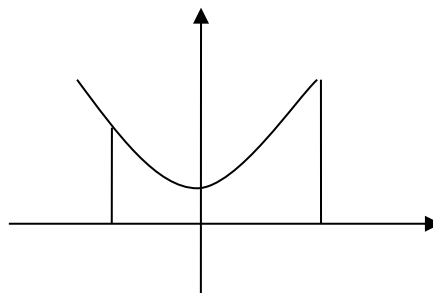
1. Фигура ограничена графиком непрерывной и неотрицательной на отрезке

$[a; b]$ ($a < b$) функции $f(x)$, осью Ox и прямыми $x = a$ и $x = b$

В этом случае согласно геометрическому смыслу определенного интеграла площадь S

численно равна $\int_a^b f(x)dx$, т. е.

$$S = \int_a^b f(x)dx. \quad (1)$$



Пример 1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = \frac{1}{2}x^2 + 1, \quad y = 0, \quad x = -2, \quad x = 3.$$

Решение: Применив формулу вычисления площади (1), найдем

$$\begin{aligned} S &= \int_{-2}^3 \left(\frac{1}{2}x^2 + 1 \right) dx = \frac{1}{2} \int_{-2}^3 x^2 dx + \int_{-2}^3 dx = \frac{1}{2} \cdot \frac{x^3}{3} \Big|_{-2}^3 + x \Big|_{-2}^3 = \frac{1}{6} (3^3 - (-2)^3) + (3 - (-2)) = \\ &= \frac{1}{6} \cdot 35 + 5 = 5\frac{5}{6} + 5 = 10\frac{5}{6} \end{aligned}$$

2. Фигура ограничена графиком непрерывной и неположительной на отрезке

$[a; b]$ функции $f(x)$, осью Ox и прямыми $x = a$ и $x = b$. В этом случае согласно геометрическому смыслу определенного интеграла площадь S численно равна

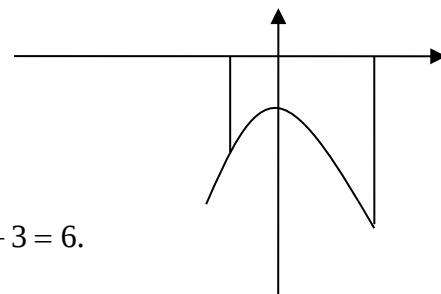
$$S = \int_a^b |f(x)|dx. \quad (2)$$

Пример 2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = -x^2 - 1, \quad y = 0, \quad x = -1, \quad x = 2.$$

Решение: Применив формулу вычисления площади (2), найдем

$$S = \int_{-1}^2 |-x^2 - 1| dx = \int_{-1}^2 (-x^2 - 1) dx = -\frac{x^3}{3} - x \Big|_{-1}^2 = -\frac{1}{3} \cdot (2^3 - (-1)^3) - (2 - (-1)) = -\frac{1}{3} \cdot 9 - 3 = -6.$$



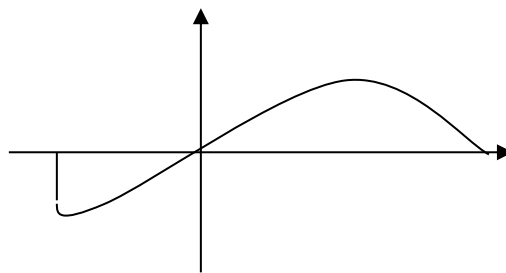
Пример 3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = \sin x, y = 0, x = \frac{\pi}{2}, x = \pi.$$

Решение: Применив формулы вычисления площади (1) и (2), найдем

$$S = \int_{\frac{\pi}{2}}^0 |\sin x| dx + \int_0^{\pi} \sin x dx =$$

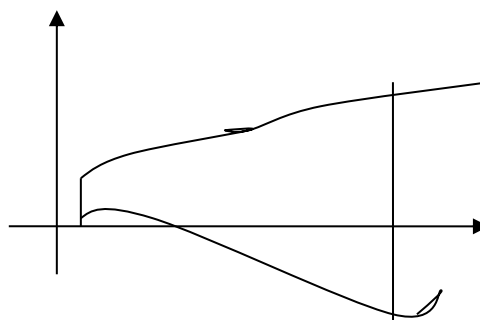
$$= |-\cos x| - \cos x \Big|_{\frac{\pi}{2}}^0 - \left(\cos 0 - \cos \frac{\pi}{2} \right) - (\cos \pi - \cos 0) = |-(1-0)| - (-1-1) = 1+2 = 3.$$



3. Фигура ограничена графиками двух непрерывных на отрезке $[a; b]$ функций $f(x)$ и $g(x)$ и прямыми $x = a$ и $x = b$, где $f(x) \geq g(x)$ и $a \leq x \leq b$. В этом случае искомая площадь S вычисляется по формуле

$$S = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx.$$

(3)



Пример 4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = \frac{1}{9} x^2, y = \frac{1}{3} x + 2.$$

Решение: Пределы интегрирования a и

В найдем из системы уравнений

$$\begin{cases} y = \frac{1}{9} x^2, \\ y = \frac{1}{3} x + 2. \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{9} x^2 =$$

$$\frac{1}{3} x + 2,$$

$$\text{т. е. } x^2 - 3x - 18 = 0, \Rightarrow x_1 = -3, x_2 = 6.$$

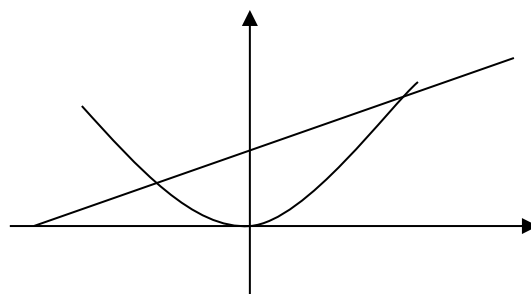
Следовательно, $a = -3, b = 6$. Т.к. на

отрезке $[-3; 6]$ для $f(x) = \frac{1}{9} x^2, g(x) = \frac{1}{3} x + 2$ имеем $g(x) \geq f(x)$, то по формуле

(3) имеем:

$$S = \int_{-3}^6 \left(\frac{1}{3} x + 2 - \frac{1}{9} x^2 \right) dx = \left(\frac{1}{6} x^2 + 2x - \frac{1}{27} x^3 \right) \Big|_{-3}^6 = \frac{1}{6} (6^2 - (-3)^2) + 2(6 - (-3)) - \frac{1}{27} (6^3 - (-3)^3) =$$

$$= \frac{1}{6} \cdot 27 + 18 - \frac{1}{27} \cdot 189 = 13,5.$$



Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию

1. В чем состоит геометрический смысл определенного интеграла?
2. Что представляет собой криволинейная трапеция?

Инструкция по выполнению практической работы

Каждый вариант работы состоит из нескольких задач. Обучающийся должен решить задачи по варианту, номер которого укажет преподаватель.

При выполнении практических работ надо придерживаться следующих правил:

1. Практическую работу следует выполнять в тетради чернилами черного или синего цвета, оставляя поля.
2. На обложке тетради должны быть ясно написаны фамилия обучающегося, его номер специальности, название дисциплины, номер подгруппы.
3. В заголовке работы должны быть указаны номер практической работы, тема практической работы, номер варианта.
4. В работу должны быть включены задачи, указанные в практической работе, строго по предложенному варианту.
5. Перед решением каждой задачи надо выписать полностью ее условие.
6. Решение задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые рисунки.
7. После получения проверенной работы, студент должен исправить все отмеченные ошибки.

Основные требования к обработке результатов расчетов и оформлению отчетов.

Отчет по практической работе должен содержать:

1. Номер и тему практической работы, номер варианта.
2. Номер задачи и ее условие.
3. Подробное решение каждой задачи.
4. Полный ответ к каждой задаче

Критериями оценки результатов работы студентов являются:

1. уровень усвоения студентом учебного материала;
2. умение студента использовать теоретические знания при выполнении практических задач;
3. сформированность ключевых (общеучебных) компетенций;
4. обоснованность и четкость изложения материала;
5. уровень оформления работы.

Задания для практической работы.

Вариант 1

Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $y = -x^2 + 9$, $y=0$

б) $y = x^2$, $y = 2x + 3$

Вариант 2

Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $y = x^2 - 4x + 5$, $x - y + 5 = 0$

б) $y = \sin x$, $y=0$, $x = -\frac{\pi}{2}$, $x = \pi$

Вариант 3

Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$\text{а) } y = -x^2 + 16, \quad y = 0$$

$$\text{б) } y = \frac{1}{4}x^3, \quad y = 2x$$

Вариант 4

Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$\text{а) } y = x^2 - 6x + 9, \quad y = 3x - 9$$

$$\text{б) } y = \cos x, \quad y = 0, \quad x = 0, \quad x = \pi/2$$

Вариант 5

Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$\text{а) } y = -x^2 + 6x - 5, \quad y = 0$$

$$\text{б) } y^2 = 9x, \quad y = 3x$$

Вариант 6

Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$\text{а) } y = x^2 - 8x + 16, \quad x + y - 6 = 0$$

$$\text{б) } y = 1/x, \quad y = 0, \quad x = 1, \quad x = 5$$

Раздел 2. Начало математического анализа

Тема 2.2. Интеграл и его приложения

Практическая работа №42 «Решение задач на физический смысл определенного интеграла»

Учебная цель: Закрепить навыки в решении задач на физический смысл определенного интеграла.

Образовательные результаты, заявленные во ФГОС СПО:

Студент должен достичь следующих результатов:

личностных: готовность и способность к самостоятельной, творческой и ответственной деятельности (ОК8);

предметных: Обеспечения сформированности логического, алгоритмического и математического мышления (ОК 4); обеспечения сформированности умений применять полученные знания при решении различных задач (ОК5);

метапредметных: готовность и способность к самостоятельной информационно - познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников (ОК4);

Задачи практической работы:

1. Решать задачи на применение интеграла для вычисления физических величин.

Обеспеченность занятия:

Учебно-методическая литература:

Учебно-методическая литература:

1. Богомолов Н.В. Математика: учеб. для ссузов / Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. - 9-е изд., стереотип. - М. : Дрофа, 2013. - 395, [5] с.: ил.

2. Богомолов Н.В. Сборник задач по математике: учеб. пособие для ссузов / Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. - 9-е изд., стереотип. - М. : Дрофа, 2012 - 204, [4] с.: ил.

3. Составитель Степанова Т.С. Алгебра. Весь школьный курс в таблицах / сост. Т.С. Степанова - Минск: Букмастер: Кузьма, 2012. - 2-е изд. - 288с.

Программное обеспечение: по данной теме не имеется. Учебники или конспекты.

Рабочая тетрадь: тетрадь в клетку 48 листов

Раздаточные материалы: инструкционные карты -1 на парту

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы:

Определенный интеграл широко применяется не только при вычислении различных геометрических величин, но и при решении ряда физических и технических задач, например, вычисление пути, пройденного точкой, вычисление работы силы, вычисление работы, производимой при поднятии груза, вычисление силы давления жидкости, нахождение длины дуги плоской кривой, нахождение центра тяжести дуги плоской кривой и центра тяжести плоской фигуры и т. д. рассмотрим на примерах некоторые из них.

1. Вычисление пути, пройденного точкой.. Из школьного курса известно, что путь, пройденный точкой при неравномерном движении по прямой с переменной скоростью $v = f(t) \geq 0$ за промежуток времени от t_1 до t_2 , вычисляется по формуле

$$S = \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt \quad (1)$$

Пример 1. Скорость движения точки изменяется по закону $v = (4t^2 + 2t - 3)$ м/с. Найти путь, пройденный точкой за 9 секунд от начала движения.

Решение: Согласно условию, $v(t) = 4t^2 + 2t - 3$, $t_1 = 0$, $t_2 = 9$. Следовательно,

$$S = \int_0^9 (4t^2 + 2t - 3) dt = \left(\frac{4}{3} t^3 + t^2 - 3t \right) \Big|_0^9 = \frac{4}{3} (3^3 - 0^3) + (3^2 - 0^2) - 3(3 - 0) = \frac{4}{3} \cdot 27 + 9 - 9 = 36 \text{ (м)}.$$

Пример 2. Скорость движения точки изменяется по закону $v = (6t^2 + 2t + 3)$ м/с. Найти путь, пройденный точкой за 3-ю секунду.

Решение: Согласно условию, $v(t) = 6t^2 + 2t + 3$, $t_1 = 2$, $t_2 = 3$. Следовательно,

$$S = \int_2^3 (6t^2 + 2t + 3) dt = \left(2t^3 + t^2 + 3t \right) \Big|_2^3 = 2(3^3 - 2^3) + (3^2 - 2^2) + 3(3 - 2) = 2 \cdot 19 + 5 + 3 = 46 \text{ (м)}.$$

Пример 3. Скорость движения точки изменяется по закону $v = (18t - 3t^2)$ м/с. Найти путь, пройденный точкой от начала движения до ее остановки.

Решение: Скорость точки равна нулю в момент начала движения и в момент остановки. Определим, в какой момент точка остановится; для этого решим уравнение $18t - 3t^2 = 0$, откуда $3t(6 - t) = 0$, $t_1 = 0$, $t_2 = 6$. Теперь находим путь, пройденный точкой за 6 секунд от начала движения:

$$S = \int_0^6 (18t - 3t^2) dt = \left(9t^2 - t^3 \right) \Big|_0^6 = 9 \cdot 6^2 - 6^3 = 9 \cdot 36 - 216 = 108 \text{ (м)}.$$

Пример 4. Два тела начали двигаться одновременно из одной точки в одном направлении по прямой. Первое тело движется со скоростью $v = (9t^2 + 2t)$ м/с, второе – со скоростью $v = (2t + 3)$ м/с. На каком расстоянии друг от друга они окажутся через 5 с?

Решение: Очевидно, что искомая величина есть разность расстояний, пройденных первым и вторым телом за 5 с:

$$S_1 = \int_0^5 (9t^2 + 2t) dt = \left(3t^3 + t^2 \right) \Big|_0^5 = 3 \cdot 5^3 + 5^2 = 350 \text{ (м)},$$

$$S_2 = \int_0^5 (2t + 3)dt = (t^2 + 3t) \Big|_0^5 = 5^2 + 3 \cdot 5 = 15 \text{ (м)},$$

$$S = S_1 - S_2 = 350 - 15 = 335 \text{ (м)}.$$

Пример 5. Два тела движутся по прямой из одной точки. Первое тело движется со скоростью $v = (3t^2 - 6t)$ м/с, второе – со скоростью $v = (10t + 20)$ м/с. В какой момент и на каком расстоянии от начальной точки произойдет их встреча?

Решение: Согласно условию, тела начали двигаться из одной и той же точки, поэтому расстояния, пройденные ими до встречи, равны. Найдем законы движения каждого тела:

$$S_1 = \int (3t^2 - 6t)dt = t^3 - 3t^2 + C;$$

$$S_2 = \int (10t + 20)dt = 5t^2 + 20t + C;$$

Постоянные интегрирования при начальных условиях $t = 0$ и $S = 0$ равны нулю. Встреча этих тел произойдет при условии $S_1 = S_2$, следовательно,
 $t^3 - 3t^2 + C = 5t^2 + 20t + C$; $t^3 - 8t^2 - 20t = 0$; $t(t^2 - 8t - 20) = 0$; $t_1 = 0$; $t_2 = -2$;
 $t_3 = 10$. Таким образом, встреча этих тел произойдет в момент $t = 10$ с.

Подставив значение $t = 10$ в равенство, определяющее закон движения любого из тел (например, первого), найдем расстояние, пройденное каждым телом до встречи:

$$S_1 = S_2 = 10^3 - 3 \cdot 10^2 = 1000 - 300 = 700 \text{ (м)}.$$

2.Вычисление работы силы.

Работа, произведенная переменной силой $f(x)$ при перемещении по оси Ox материальной точки от $x = a$ до $x = b$, находится по формуле

$$A = \int_a^b f(x)dx. \quad (2)$$

При решении задач на вычислении работы силы часто используется закон Гука

$$F = kx, \quad (3)$$

где F – сила (в Н),

x – абсолютное удлинение пружины (в м), вызванное силой F ,

k – коэффициент пропорциональности (в Н/м).

Пример 6. Сжатие x винтовой пружины пропорционально приложенной силе F . Вычислить работу силы F при сжатии пружины на 0,04 м, если для сжатия ее на 0,01 м нужна сила 10 Н.

Решение: т.к. $x=0,01$ м при $F = 10$ Н, то подставляя эти значения в формулу закона Гука (3) найдем коэффициент пропорциональности k : $10 = k \cdot 0,01$, откуда

$$k = \frac{10}{0,01} = 1000 \text{ (Н/м)}. \text{ Подставив этот результат в формулу закона Гука найдем}$$

$$F = 1000x, \text{ т.е. } f(x) = 1000x.$$

$$\text{Искомую работу найдем } A = \int_0^{0,04} 1000x dx = 500x^2 \Big|_0^{0,04} = 500 \cdot 0,04^2 = 0,8 \text{ (Дж)}.$$

Пример 7. Пружина в спокойном состоянии имеет длину 0,2 м.. Сила в 50 Н растягивает пружину 0,01 м. Какую работу надо совершить, чтобы растянуть ее от 0,22 м до 0,32 м?

Решение: Используя равенство (3), имеем $50 = 0,01 k \Rightarrow k = \frac{50}{0,01} = 5000 \text{ (Н/м)}$.

Находим пределы интегрирования: $a = 0,22 - 0,2 = 0,02 \text{ (м)}$, $b = 0,32 - 0,2 = 0,12 \text{ (м)}$.
Теперь по формуле (2) получим

$$A = \int_{0,02}^{0,12} 5000 x dx = 2500 x^2 \Big|_{0,02}^{0,12} = 2500 (0,12^2 - 0,02^2) = 2500 (0,0144 - 0,0004) = 2500 \cdot 0,014 = 35 \text{ (Дж)}.$$

Пример 8. При сжатии пружины на 0,05 м затрачивается работа 25 Дж. Какую работу необходимо совершить, чтобы сжать пружину на 0,1 м?

Решение: Зная величину сжатия пружины (0,05 м) и произведенную при этом работу (25 Дж), воспользуемся формулой (2):

$$25 = \int_0^{0,05} kx dx = k \frac{x^2}{2} \Big|_0^{0,05} = 0,00125 k, \Rightarrow k = \frac{25}{0,00125} = 20000 \text{ (Н/м)}.$$

Теперь по этой же формуле находим

$$A = \int_0^{0,1} 20000 x dx = 20000 \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_0^{0,1} = 10000 \cdot 0,1^2 = 100 \text{ (Дж)}.$$

Пример 9. Для растяжения пружины на 0,04 м необходимо совершить работу 20 Дж. На какую длину можно растянуть пружину, совершив работу 80 Дж?

Решение: Т.к. известны величина растяжения пружины (0,04 м) и произведенная при этом работа (20 Дж), то, воспользовавшись формулой (2) получим

$$20 = \int_0^{0,04} kx dx = k \frac{x^2}{2} \Big|_0^{0,04} = 0,0008 k, \Rightarrow k = \frac{20}{0,0008} = 25000 \text{ (Н/м)}.$$

Пусть x_1 – величина растяжения пружины, соответствующая произведенной при этом работе в 80 Дж. Тогда

$$80 = \int_0^{x_1} 25000 x dx = 25000 \frac{x^2}{2} \Big|_0^{x_1} = 12500 x_1^2, \Rightarrow x_1^2 = \frac{80}{12500} = \frac{16}{2500}; \Rightarrow x_1 = \frac{4}{50} = 0,08 \text{ (м)}.$$

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию

1. В чем состоит физический смысл определенного интеграла?
2. Какие задачи решаются на физический смысл определенного интеграла?

Инструкция по выполнению практической работы

Каждый вариант работы состоит из нескольких задач. Обучающийся должен решить задачи по варианту, номер которого укажет преподаватель.

При выполнении практических работ надо придерживаться следующих правил:

1. Практическую работу следует выполнять в тетради чернилами черного или синего цвета, оставляя поля.
2. На обложке тетради должны быть ясно написаны фамилия обучающегося, его номер специальности, название дисциплины, номер подгруппы.
3. В заголовке работы должны быть указаны номер практической работы, тема практической работы, номер варианта.
4. В работу должны быть включены задачи, указанные в практической работе, строго по предложенному варианту.
5. Перед решением каждой задачи надо выписать полностью ее условие.
6. Решение задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые рисунки.

7. После получения проверенной работы, студент должен исправить все отмеченные ошибки.

Основные требования к обработке результатов расчетов и оформлению отчетов.

Отчет по практической работе должен содержать:

1. Номер и тему практической работы, номер варианта.
2. Номер задачи и ее условие.
3. Подробное решение каждой задачи.
4. Полный ответ к каждой задаче

Критериями оценки результатов работы студентов являются:

1. уровень усвоения студентом учебного материала;
2. умение студента использовать теоретические знания при выполнении практических задач;
3. сформированность ключевых (общеучебных) компетенций;
4. обоснованность и четкость изложения материала;
5. уровень оформления работы.

Задания для практической работы.

Вариант 1.

Решить задачи на физический смысл определенного интеграла.

а) Вычислить работу, совершенную при сжатии пружины на 0,06 м, если для сжатия ее на 0,01 нужна сила 10 Н.

б) Скорость точки, движущейся прямолинейно, задана уравнением $v = 2t^2 + t$ (см/с). Найти путь, пройденный телом за 6 с от начала движения.

Вариант 2.

Решить задачи на физический смысл определенного интеграла.

а) Скорость точки, движущейся прямолинейно, задана уравнением $v = 6t^2 - 10t$ (см/с). Вычислить ее путь за третью секунду.

б) Для сжатия пружины на 0,03 м необходимо совершить работу в 16 Дж. На какую длину можно сжать пружину, совершив работу в 144 Дж?

Вариант 3.

Решить задачи на физический смысл определенного интеграла.

а) Скорость точки, движущейся прямолинейно, задана уравнением $V = 18t - 6t^2$ (см/с). Вычислить ее путь от начала движения до ее остановки.

б) Вычислить работу, совершенную при сжатии пружины на 25 см, если известно, что при сжатии ее на 1 см необходима сила 40 Н.

Вариант 4.

Решить задачи на физический смысл определенного интеграла.

а) Пружина в спокойном состоянии имеет длину 0,1 м. Сила в 20 Н растягивает ее на 0,01 м. Какую работу надо совершить, чтобы растянуть ее от 0,12 м до 0,14 м?

б) Скорость точки, движущейся прямолинейно, задана уравнением $v = (4t - \frac{6}{t^2})$ см/с. Вычислить ее путь за третью секунду.

Вариант 5.

Решить задачи на физический смысл определенного интеграла.

- а) Для сжатия пружины на 0,02 м необходимо совершить работу 16 Дж. На какую длину можно сжать пружину, совершив работу 100 Дж ?
- б) Найти путь, пройденный точкой за 4 секунды от начала движения : $V = 3t^2 + 2t$ (см/с).

Вариант 6.

Решить задачи на физический смысл определенного интеграла.

- а) Тело брошено с поверхности земли вертикально вверх со скоростью $v = (9,2 - 9,8t)$ м/с. Найти наибольшую высоту подъема тела.

- б) Силой в 80 Н пружина растягивается на 2 см. Первоначальная длина пружины 15 см. Какую работу надо совершить, чтобы растянуть ее до 20 см?

Раздел 3. Геометрия

Тема 3.1 Векторы

Практическая работа №43 «Решение задач на векторы»

Учебная цель: закрепить навыки в решении задач на векторы

Образовательные результаты, заявленные во ФГОС СПО:

Студент должен достичь следующих результатов:

личностных: готовность и способность к самостоятельной, творческой и ответственной деятельности; (ОК8)

предметных: Обеспечения сформированности логического, алгоритмического и математического мышления (Ок 4); обеспечения сформированности умений применять полученные знания при решении различных задач (Ок5);

метапредметных: готовность и способность к самостоятельной информационно - познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников (ОК4);

Задачи практической работы:

1. Применять теорию при решении задач на действия с векторами. Изучить скалярное произведение векторов, векторное уравнение прямой и плоскости. Применять теорию при решении задач на действия с векторами, на координатный метод, на применение векторов для вычисления величин углов и расстояний.

Обеспеченность занятия:

Учебно-методическая литература:

Учебно-методическая литература:

1. Богомолов Н.В. Математика: учеб. для ссузов / Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. - 9-е изд., стереотип. - М. : Дрофа, 2013. - 395, [5] с.: ил.

2. Богомолов Н.В. Сборник задач по математике: учеб. пособие для ссузов / Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. - 9-е изд., стереотип. - М. : Дрофа, 2012. - 204, [4] с.: ил.

3. Составитель Степанова Т.С. Алгебра. Весь школьный курс в таблицах/ сост. Т.С. Степанова – Минск: Букмастер: Кузьма, 2012.- 2-е изд.-288с.

Программное обеспечение: по данной теме не имеется. Учебники или конспекты.

Рабочая тетрадь: тетрадь в клетку 48 листов

Раздаточные материалы: инструкционные карты -1 на парту

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы:

Формула нахождения координат вектора $\overrightarrow{AB}$, заданного своими координатами $A(x_1; y_1)$ и

$$B(x_2; y_2) : \overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A).$$

Формула нахождения длины вектора $\vec{a} = (x; y)$: $|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2}$

Формула вычисления длины отрезка, заданного своими координатами $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$:

$$|\overrightarrow{AB}| = |AB| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}.$$

Скалярным произведением двух векторов называют число, равное произведению модулей этих векторов на косинус угла между ними:

$$(\vec{a} \cdot \vec{b}) = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \varphi \Rightarrow \cos \varphi = \frac{(\vec{a} \cdot \vec{b})}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

Формула вычисления угла между векторами, заданными своими координатами:

$$\cos \alpha = \frac{X_1 \cdot X_2 + Y_1 \cdot Y_2}{\sqrt{X_1^2 + Y_1^2} \cdot \sqrt{X_2^2 + Y_2^2}}$$

Скалярным произведением двух векторов в координатной форме равно сумме произведений их соответствующих координат:

$$(\vec{a} \cdot \vec{b}) = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2$$

Формулы для нахождения координат точки, делящей отрезок в заданном

отношении λ :

$$x = \frac{x_A + \lambda x_B}{1 + \lambda}$$

$$y = \frac{y_A + \lambda y_B}{1 + \lambda}$$

$x = \frac{x_A + x_B}{2}$ Формулы для нахождения координат точки, делящей отрезок пополам.

$$y = \frac{y_A + y_B}{2}$$

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию

1. Записать формулу нахождения длины вектора $\vec{a} = (x; y)$ и $\overrightarrow{AB}$, если $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$.
2. Записать формулу скалярного произведения векторов, заданных своими координатами.
3. Записать формулу нахождения косинуса угла между векторами, заданными своими координатами.
4. Записать формулу нахождения координат точки, делящей отрезок в заданном отношении λ ; делящей отрезок пополам

Инструкция по выполнению практической работы

Каждый вариант работы состоит из нескольких задач. Обучающийся должен решить задачи по варианту, номер которого укажет преподаватель.

При выполнении практических работ надо придерживаться следующих правил:

1. Практическую работу следует выполнять в тетради чернилами черного или синего цвета, оставляя поля.
2. На обложке тетради должны быть ясно написаны фамилия обучающегося, его номер специальности, название дисциплины, номер подгруппы.
3. В заголовке работы должны быть указаны номер практической работы, тема практической работы, номер варианта.
4. В работу должны быть включены задачи, указанные в практической работе, строго по предложенному варианту.
5. Перед решением каждой задачи надо выписать полностью ее условие.
6. Решение задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые рисунки.
7. После получения проверенной работы, студент должен исправить все отмеченные ошибки.

Основные требования к обработке результатов расчетов и оформлению отчетов.

Отчет по практической работе должен содержать:

1. Номер и тему практической работы, номер варианта.
2. Номер задачи и ее условие.
3. Подробное решение каждой задачи.
4. Полный ответ к каждой задаче

Критериями оценки результатов работы студентов являются:

1. уровень усвоения студентом учебного материала;
2. умение студента использовать теоретические знания при выполнении практических задач;
3. сформированность ключевых (общеучебных) компетенций;
4. обоснованность и четкость изложения материала;
5. уровень оформления работы.

Задания для практической работы.

Вариант 1.

1. Найти длину вектора: $\vec{a} = (3; 1)$
2. Найти расстояние между точками: A(2; -3), B(-5; 7);
3. Найти угол между векторами, заданными своими координатами: $\vec{FQ}$ и $\vec{ED}$, если P(2; -3), Q(-5; 7), E(-3; 4), D(3; 8);
4. Найти координаты точки, делящей отрезок AB в отношении λ : $\lambda = \frac{1}{2}$, если A(-3; 7), B(2; 4);

Вариант 2.

1. Найти длину вектора: $\vec{a} = (2; -3)$;
2. Найти расстояние между точками: K(7; -3), N(0; -2);
3. Найти угол между векторами, заданными своими координатами: $\vec{EF}$ и $\vec{CD}$, если E(7; -3), F(0; 2), C(-1; 2), D(5; -6);
4. Найти координаты точки, делящей отрезок AB в отношении λ :

$$\lambda = \frac{2}{3}, \text{ если } A(-2; 3), B(2; -3);$$

Вариант 3.

- I. Найти длину вектора: $\vec{a} = (-1; 1)$;
- II. Найти расстояние между точками: M(-3; 4), P(-5; 0);
- III. Найти угол между векторами, заданными своими координатами: PQ и SK, если P(-3; 4), Q(-5; 0), S(-6; 11), K(-1; -1);
- IV. Найти координаты точки, делящей отрезок AB в отношении λ : $\lambda = 2$, если A(-1; 6), B(1; 3);

Вариант 4.

1. Найти длину вектора: $\vec{a} = (5; -4)$;
2. Найти расстояние между точками: C(-1; 2), D(2; -3);
3. Найти угол между векторами, заданными своими координатами: MN и KP, если M(-1; 2), N(2; -3), K(-5; -1), P(-3; 5);
4. Найти координаты точки, делящей отрезок AB в отношении λ : $\lambda = \frac{3}{2}$, если A(-2; 3), B(4; -2);

Вариант 5.

1. Найти длину вектора: $\vec{a} = (-5; 3)$;
2. Найти расстояние между точками: O(6; 7), Q(3; -3);
3. Найти угол между векторами, заданными своими координатами: AB и EH, если A(6; 7), B(3; 3), E(-4; 6), H(1; -5);
4. Найти координаты точки, делящей отрезок AB в отношении λ : $\lambda = 3$, если A(-8; 5), B(10; 4);

Вариант 6.

1. Найти длину вектора: $\vec{a} = (3; 5)$;
2. Найти расстояние между точками: E(4; 0), F(7; 4).
3. Найти угол между векторами, заданными своими координатами: RT и SU, если R(4; 0), T(7; 4), S(3; 4), U(-6; -7).
4. Найти координаты точки, делящей отрезок AB в отношении λ : $\lambda = \frac{2}{5}$, если A(3; -2), B(10; -9).

Раздел 3. Геометрия

Тема 3.1 Векторы

Практическая работа №44,45 «Решение задач на составление уравнения прямой, вычисление угла между прямыми»

Учебная цель: Закрепить навыки в решении задач на составление уравнения прямой, вычисление угла между прямыми

Образовательные результаты, заявленные во ФГОС СПО:

Студент должен достичь следующих результатов:

личностных: готовность и способность к самостоятельной, творческой и ответственной деятельности; (ОК8)

предметных: Обеспечения сформированности логического, алгоритмического и

математического мышления;(Ок 4) обеспечения сформированности умений применять полученные знания при решении различных задач(Ок5)

метапредметных: готовность и способность к самостоятельной информационно - познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;(ОК4)

Задачи практической работы:

1. Применять теорию при решении задач на действия с векторами, на координатный метод, на применение векторов для вычисления величин углов и расстояний.

Обеспеченность занятия:

Учебно-методическая литература:

Учебно-методическая литература:

1.Богомолов Н.В. Математика: учеб.для ссузов / Н.В.Богомолов, П.И.Самойленко. - 9-е изд., стереотип. – М. : Дрофа, 2013. – 395,[5] с.: ил.

2.Богомолов Н.В. Сборник задач по математике: учеб.пособие для ссузов / Н.В.Богомолов, П.И.Самойленко. - 9-е изд., стереотип. – М. : Дрофа, 2012. – 204, [4] с.: ил.

3.Составитель Степанова Т.С. Алгебра. Весь школьный курс в таблицах/ сост.Т.С. Степанова – Минск: Букмастер: Кузьма, 2012.- 2-е изд.-288с.

Программное обеспечение: по данной теме не имеется. Учебники или конспекты.

Рабочая тетрадь: тетрадь в клетку 48 листов

Раздаточные материалы: инструкционные карты -1 на парту

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме

практической работы:

1. $Ax + By + C = 0$ - *общее уравнение прямой.*

2. $\frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b}$ - *каноническое уравнение прямой уравнение прямой,*

проходящей через данную точку // -но заданному вектору

3. $\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1}$ *уравнение прямой, проходящей через две заданные точки.*

Если $x_1 = x_2$, то прямая // оси Oy и, $\Rightarrow$ ее уравнение имеет вид: $x = x_1$.

Если $y_2 = y_1$, то прямая // оси Ox и, $\Rightarrow$ ее уравнение имеет вид: $y = y_1$.

4. $A \cdot (x - x_0) + B \cdot (y - y_0) = 0$ - *уравнение прямой l, проходящей через т. $M_0 \perp \vec{n}$.*

Это уравнение носит название нормальное уравнение прямой.

5. $y - y_0 = k \cdot (x - x_0)$ - *уравнение прямой l с угловым коэффициентом.*

6. $\cos \alpha = \frac{A_1 \cdot A_2 + B_1 \cdot B_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2}}$ - *Вычисление $\cos$ угла между прямыми в координатной форме*

7. $\operatorname{tg} \varphi = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2}$ - *формула тангенса угла между двумя прямыми, заданными*

своими угловыми коэффициентами.

Для острого угла : $\operatorname{tg} \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2} \right|$.

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию

1. Любая прямая на плоскости может быть задана ...
2. Записать общее уравнение прямой.
3. Направляющим вектором прямой называется ..
4. Записать каноническое уравнение прямой, заданной точкой и направляющим вектором.
5. Записать уравнение прямой, заданной двумя точками.
6. Нормальным вектором или нормалью называется вектор ...
7. Записать уравнение прямой, заданной точкой и нормалью.
8. Записать уравнение прямой, заданной точкой и угловым коэффициентом.
9. Под углом наклона прямой l к оси Ox понимают ...
10. Записать формулу вычисления углового коэффициента прямой.
11. Записать формулу вычисления угла между прямыми, заданными общими уравнениями.
12. Записать формулу вычисления угла между прямыми, заданными уравнениями с угловым и коэффициентами.

Инструкция по выполнению практической работы

Каждый вариант работы состоит из нескольких задач. Обучающийся должен решить задачи по варианту, номер которого укажет преподаватель.

При выполнении практических работ надо придерживаться следующих правил:

1. Практическую работу следует выполнять в тетради чернилами черного или синего цвета, оставляя поля.
2. На обложке тетради должны быть ясно написаны фамилия обучающегося, его номер специальности, название дисциплины, номер подгруппы.
3. В заголовке работы должны быть указаны номер практической работы, тема практической работы, номер варианта.
4. В работу должны быть включены задачи, указанные в практической работе, строго по предложенному варианту.
5. Перед решением каждой задачи надо выписать полностью ее условие.
6. Решение задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые рисунки.
7. После получения проверенной работы, студент должен исправить все отмеченные ошибки.

Основные требования к обработке результатов расчетов и оформлению отчетов.

Отчет по практической работе должен содержать:

1. Номер и тему практической работы, номер варианта.
2. Номер задачи и ее условие.
3. Подробное решение каждой задачи.
4. Полный ответ к каждой задаче

Критериями оценки результатов работы студентов являются:

1. уровень усвоения студентом учебного материала;
2. умение студента использовать теоретические знания при выполнении практических задач;
3. сформированность ключевых (общеучебных) компетенций;
4. обоснованность и четкость изложения материала;
5. уровень оформления работы.

Задания для практической работы.

Вариант 1.

I. Построить прямые:

а) $4x + 2y - 21 = 0$; б) $x = -8$; в) $y = 9$; г) $y = 2x$; д) $y = 3x + 5$;

II. Вычислить длину отрезка прямой, заключенной между осями координат:

$4x + 12y - 36 = 0$;

III. Треугольник ABC задан вершинами A(-6; -2), B(4;8), C(2; -8). Найти :
1) уравнение стороны BC; 2) уравнение медианы AD; 3) угол B; 4) найти точку пересечения медиан тр-ка ABC.

Вариант 2.

I. Построить прямые:

а) $4x + 12y - 36 = 0$; б) $x = 5$; в) $y = -6$; г) $y = -2x$; д) $y = \frac{1}{2}x + 3$;

II. Вычислить длину отрезка прямой, заключенной между осями координат:

$-4x + 12y + 36 = 0$;

III. Треугольник ABC задан вершинами A(-8; -2), B(2;10), C(4; 4). Найти :
1) уравнение стороны AC; 2) уравнение медианы CE; 3) угол B; 4) найти точку пересечения медиан тр-ка ABC.

Вариант 3.

I. Построить прямые:

а) $12x - 4y + 16 = 0$; б) $x = 3$; в) $y = 7$; г) $y = \frac{1}{2}x$; д) $y = -4x -$

3;

II. Вычислить длину отрезка прямой, заключенной между осями координат:

$6x + 18y - 36 = 0$;

III. Треугольник ABC задан вершинами A(-2; -2), B(7;-6), C(1; 2). Найти :
1) уравнение стороны AB; 2) уравнение медианы CF; 3) угол B; 4) найти точку пересечения медиан тр-ка ABC.

Вариант 4.

I. Построить прямые:

а) $5x - 4y + 40 = 0$; б) $x = -5$; в) $y = -3$; г) $y = -\frac{1}{3}x$; д) $y = -$

$1,5x - 5$;

II. Вычислить длину отрезка прямой, заключенной между осями координат:

$-6x + 24y - 48 = 0$;

III. Треугольник ABC задан вершинами A(2; -1), B(-7;3), C(-1; -5). Найти :
1) уравнение стороны BC; 2) уравнение медианы AD; 3) угол B; 4) найти точку пересечения медиан тр-ка ABC.

Вариант 5.

I. Построить прямые:

а) $6x + 3y - 18 = 0$; б) $x = 0$; в) $y = -9$; г) $y = -\frac{2}{3}x$; д) $y = -$

$5x + 2$

II. Вычислить длину отрезка прямой, заключенной между осями координат:

$4x - 3y - 12 = 0$;

III. Треугольник ABC задан вершинами A(-5; 3), B(3;4), C(7; -3). Найти :
1) уравнение стороны AB; 2) уравнение медианы СК; 3) угол В; 4) найти точку пересечения медиан тр-ка ABC.

Вариант 6.

I. Построить прямые:

$$a) 7x - 5y + 35 = 0; \quad б) x = -4; \quad в) y = -7; \quad г) y = 2,5x; \quad д) y = -\frac{1}{2}x -$$

1;

II. Вычислить длину отрезка прямой, заключенной между осями координат:
 $-5x + 4y - 20 = 0$;

III. Треугольник ABC задан вершинами A(2; 6), B(4;-2), C(-2; -6). Найти :
1) уравнение стороны AC; 2) уравнение медианы BE; 3) угол В; 4) найти точку пересечения медиан тр-ка ABC

Раздел 3. Геометрия

Тема 3.1 Векторы

Практическая работа №46,47 «Решение задач на условия параллельности и перпендикулярности прямых, пересечения 2-х прямых»

Учебная цель: Закрепить навыки в решении задач на условия параллельности и перпендикулярности прямых, пересечения 2-х прямых.

Образовательные результаты, заявленные во ФГОС СПО:

Студент должен достичь следующих результатов:

личностных: готовность и способность к самостоятельной, творческой и ответственной деятельности; (ОК8)

предметных: Обеспечения сформированности логического, алгоритмического и математического мышления (Ок 4); обеспечения сформированности умений применять полученные знания при решении различных задач (Ок5);

метапредметных: готовность и способность к самостоятельной информационно - познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников (ОК4);

Задачи практической работы:

1. Применять теорию при решении задач на действия с векторами.
2. Применять теорию при решении задач на действия с векторами, на координатный метод, на применение векторов для вычисления величин углов и расстояний.

Обеспеченность занятия:

Учебно-методическая литература:

Учебно-методическая литература:

1. Богомолов Н.В. Математика: учеб. для ссузов / Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. - 9-е изд., стереотип. - М. : Дрофа, 2013. - 395, [5] с.: ил.

2. Богомолов Н.В. Сборник задач по математике: учеб. пособие для ссузов / Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. - 9-е изд., стереотип. - М.: Дрофа, 2012. - 204, [4] с.: ил.

3. Составитель Степанова Т.С. Алгебра. Весь школьный курс в таблицах/ сост. Т.С. Степанова - Минск: Букмастер: Кузьма, 2012. - 2-е изд. - 288с.

Программное обеспечение: по данной теме не имеется. Учебники или конспекты.

Рабочая тетрадь: тетрадь в клетку 48 листов

Раздаточные материалы: инструкционные карты -1 на парту

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы:

1.а) Для того, чтобы прямые с нормальными векторами $\vec{n}_1$ и $\vec{n}_2$ были параллельны, необходимо и достаточно, чтобы их координаты были пропорциональны: $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2}$.

б) Прямые l_1 и l_2 параллельны тогда и только тогда, когда их угловые коэффициенты равны между собой: $k_1 = k_2$.

2.а) Для того, чтобы прямые с нормальными векторами $\vec{n}_1$ и $\vec{n}_2$ были перпендикулярны, необходимо и достаточно, чтобы их скалярное произведение равнялось нулю, т.е

$$A_1 \cdot A_2 + B_1 \cdot B_2 = 0;$$

б) Прямые $l_1 \perp l_2 \Leftrightarrow$ коэффициенты обратные по величине и противоположны по знаку: $k_1 = -\frac{1}{k_2}$.

3. Координаты точки пересечения прямых l_1 и l_2 находят, решая систему уравнений

$$\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + C_2 = 0 \end{cases}$$

Определителем второго порядка, составленным из чисел a_1, b_1, a_2, b_2 называется число, определяемое равенством

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = a_1b_2 - a_2b_1$$

Система из двух линейных уравнений с двумя неизвестными

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1, \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

при условии, что главный определитель системы отличен от 0, имеет

единственное решение, которое находится по формулам: $x = \frac{\Delta_x}{\Delta}$; $y = \frac{\Delta_y}{\Delta}$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix} = c_1b_2 - c_2b_1 \text{ Это формулы Крамера.}$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} = a_1c_2 - a_2c_1$$

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию

1. Сформулировать и записать формулы к условию параллельности двух прямых.
2. Сформулировать и записать формулы к условию перпендикулярности двух прямых.
3. Записать формулу нахождения точки пересечения двух прямых.

Инструкция по выполнению практической работы

Каждый вариант работы состоит из нескольких задач. Обучающийся должен решить задачи по варианту, номер которого укажет преподаватель.

При выполнении практических работ надо придерживаться следующих правил:

1. Практическую работу следует выполнять в тетради чернилами черного или синего цвета, оставляя поля.
2. На обложке тетради должны быть ясно написаны фамилия обучающегося, его номер специальности, название дисциплины, номер подгруппы.
3. В заголовке работы должны быть указаны номер практической работы, тема практической работы, номер варианта.
4. В работу должны быть включены задачи, указанные в практической работе, строго по предложенному варианту.
5. Перед решением каждой задачи надо выписать полностью ее условие.
6. Решение задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые рисунки.
7. После получения проверенной работы, студент должен исправить все отмеченные ошибки.

Основные требования к обработке результатов расчетов и оформлению отчетов.

Отчет по практической работе должен содержать:

1. Номер и тему практической работы, номер варианта.
2. Номер задачи и ее условие.
3. Подробное решение каждой задачи.
4. Полный ответ к каждой задаче

Критериями оценки результатов работы студентов являются:

1. уровень усвоения студентом учебного материала;
2. умение студента использовать теоретические знания при выполнении практических задач;
3. сформированность ключевых (общеучебных) компетенций;
4. обоснованность и четкость изложения материала;
5. уровень оформления работы.

Задания для практической работы.

Вариант 1.

- а)** Треугольник ABC задан вершинами A(-6; -2), B(4;8), C(2; -8). Найти :
1) уравнение прямой BN, параллельной стороне AC; 2) уравнение медианы CD; 3) угол C; 4) уравнение высоты AE.
- б)** Найти точку пересечения прямых: $3x + 8y = 31$ и $-10x - 7y = -5$.

Вариант 2.

- а)** Треугольник ABC задан вершинами A(-8; -2), B(2;10), C(4; 4). Найти :
1) уравнение прямой BN, параллельной стороне AC; 2) уравнение медианы CD; 3) угол C; 4) уравнение высоты AE.
- б)** Найти точку пересечения прямых: $4x + 9y = 21$ и $12x + 15y = 51$.

Вариант 3.

- а)** Треугольник ABC задан вершинами A(-2; -2), B(7;-6), C(1; 2). Найти :
1) уравнение прямой BN, параллельной стороне AC; 2) уравнение медианы CD; 3) угол C; 4) уравнение высоты AE.
- б)** Найти точку пересечения прямых: $8x - y = -15$ и $-x + 8y = -6$.

Вариант 4.

- а) Треугольник ABC задан вершинами A(2; -1), B(-7;3), C(-1; -5). Найти :
1) уравнение прямой BN, параллельной стороне AC; 2) уравнение медианы CD; 3) угол C; 4) уравнение высоты AE.
б) Найти точку пересечения прямых: $10x + 27y = 10$ и $-25x + 12y = -25$.

Вариант 5.

- а) Треугольник ABC задан вершинами A(-5; 3), B(3;4), C(7; -3). Найти :
1) уравнение прямой BN, параллельной стороне AC; 2) уравнение медианы CD; 3) угол C; 4) уравнение высоты AE.
б) Найти точку пересечения прямых: $4x - 3y = 23$ и $3x + 11y = 4$.

Вариант 6.

- а) Треугольник ABC задан вершинами A(2; 6), B(4;-2), C(-2; -6). Найти :
1) уравнение прямой BN, параллельной стороне AC; 2) уравнение медианы CD; 3) угол C; 4) уравнение высоты AE.
б) Найти точку пересечения прямых: $2x + 5y = 4$ и $9x - 2y = -31$.

Раздел 3. Геометрия

Тема 3.1 Векторы

Практическая работа №48 «Окружность и ее уравнение»

Учебная цель: Закрепить навыки в решении задач на окружность и ее уравнение

Образовательные результаты, заявленные во ФГОС СПО:

Студент должен достичь следующих результатов:

личностных: готовность и способность к самостоятельной, творческой и ответственной деятельности; (ОК8)

предметных: Обеспечения сформированности логического, алгоритмического и математического мышления (ОК 4); обеспечения сформированности умений применять полученные знания при решении различных задач (ОК5)

метапредметных: готовность и способность к самостоятельной информационно - познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников (ОК4);

Задачи практической работы:

1. Изучить декартову систему координат в пространстве, строить по заданным координатам точки и плоскости, находить координаты точек.

Обеспеченность занятия:

Учебно-методическая литература:

Учебно-методическая литература:

1. Богомолов Н.В. Математика: учеб. для ссузов / Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. - 9-е изд., стереотип. – М. : Дрофа, 2013. – 395, [5] с.: ил.
2. Богомолов Н.В. Сборник задач по математике: учеб. пособие для ссузов / Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. - 9-е изд., стереотип. – М.: Дрофа, 2012 – 204, [4] с.: ил.
3. Составитель Степанова Т.С. Алгебра. Весь школьный курс в таблицах/ сост. Т.С. Степанова – Минск: Букмастер: Кузьма, 2012.- 2-е изд.-288с.

Программное обеспечение: по данной теме не имеется. Учебники или конспекты.

Рабочая тетрадь: тетрадь в клетку 48 листов

Раздаточные материалы: инструкционные карты -1 на парту

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы:

Линии вида $Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0$ называются линиями (кривыми) второго порядка.

К таким линиям относятся окружность, эллипс, гипербола, парабола.

Окружностью называется множество точек плоскости, одинаково удаленных от данной точки, называемой **центром**.

Линии вида $Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0$ называются линиями (кривыми) второго порядка.

К таким линиям относятся окружность, эллипс, гипербола, парабола.

Окружностью называется множество точек плоскости, одинаково удаленных от данной точки, называемой **центром**.

$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$ - уравнение окружности с произвольным центром

$(x - a)^2 + y^2 = R^2$ - уравнение окружности с центром на оси Ox .

$x^2 + (y - b)^2 = R^2$ - уравнение окружности с центром на оси Oy .

$x^2 + y^2 = R^2$ - уравнение окружности с центром в начале координат.

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ уравнение эллипса

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ уравнение гиперболы

$y^2 = 2px$ - уравнение параболы

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию

1. Дать определение линий второго порядка.
2. Дать определение окружности и ее элементов.
3. Записать уравнение окружности с произвольным центром и его частные случаи

Инструкция по выполнению практической работы

Каждый вариант работы состоит из нескольких задач. Обучающийся должен решить задачи по варианту, номер которого укажет преподаватель.

При выполнении практических работ надо придерживаться следующих правил:

1. Практическую работу следует выполнять в тетради чернилами черного или синего цвета, оставляя поля.
2. На обложке тетради должны быть ясно написаны фамилия обучающегося, его номер специальности, название дисциплины, номер подгруппы.
3. В заголовке работы должны быть указаны номер практической работы, тема практической работы, номер варианта.
4. В работу должны быть включены задачи, указанные в практической работе, строго по предложенному варианту.
5. Перед решением каждой задачи надо выписать полностью ее условие.
6. Решение задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые рисунки.
7. После получения проверенной работы, студент должен исправить все отмеченные ошибки.

Основные требования к обработке результатов расчетов и оформлению отчетов.

Отчет по практической работе должен содержать:

1. Номер и тему практической работы, номер варианта.
2. Номер задачи и ее условие.
3. Подробное решение каждой задачи.
4. Полный ответ к каждой задаче

Критериями оценки результатов работы студентов являются:

1. уровень усвоения студентом учебного материала;
2. умение студента использовать теоретические знания при выполнении практических задач;
3. сформированность ключевых (общеучебных) компетенций;
4. обоснованность и четкость изложения материала;
5. уровень оформления работы.

Задания для практической работы.

Вариант 1.

I. Составить уравнение окружности с центром в точке $(7; -5)$ и радиусом, равным 1,5. Построить эту окружность.

II. Составить уравнение окружности, диаметром которой служит отрезок прямой $5x - 4y + 40 = 0$, заключенный между осями координат.

III. Найти координаты точек пересечения окружности $x^2 + y^2 + 4x + y - 29 = 0$ с осями координат.

IV. Составить уравнение радиуса окружности $x^2 + y^2 + 4x + 2y - 32 = 0$, проведенного в точку на ней $A(4; -2)$.

Вариант 2.

I. Составить уравнение окружности с центром в начале координат и радиусом, равным 2. Построить эту окружность.

II. Составить уравнение окружности, диаметром которой служит отрезок прямой $x + 3y - 9 = 0$, заключенный между осями координат.

III. Найти координаты точек пересечения окружности $x^2 + y^2 - 8x - 2y - 8 = 0$ и прямой $4x + 3y - 19 = 0$.

IV. Найти расстояние между центрами окружностей. $x^2 + y^2 + 4x - 12y + 36 = 0$ и $x^2 + y^2 - 8x + 10y + 5 = 0$.

Вариант 3.

I. Составить уравнение окружности с центром в точке $(0; -2)$ и радиусом, равным 3. Построить эту окружность.

II. Составить уравнение окружности, диаметром которой служит отрезок прямой $4x - 3y - 12 = 0$, заключенный между осями координат.

III. Найти координаты точек пересечения окружности $x^2 + y^2 + 4x + y - 12 = 0$ с осями координат.

IV. Составить уравнение прямой, проходящей через центры окружностей: $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 23 = 0$ и $x^2 + y^2 - 10x - 14y + 58 = 0$.

Вариант 4.

I. Составить уравнение окружности с центром в точке $(3; 0)$ и радиусом, равным 1. Построить эту окружность.

II. Составить уравнение окружности, диаметром которой служит отрезок прямой $5x + 4y - 20 = 0$, заключенный между осями координат

III. Найти координаты точек пересечения окружности $x^2 + y^2 = 100$ и прямой $x - y - 2 = 0$.

IV. Составить уравнение касательной к окружности $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 8 = 0$, проведенной в точку на ней $A(3; 5)$.

Вариант 5.

I. Составить уравнение окружности с центром в точке $(-3; -3)$ и радиусом, равным 2,5. Построить эту окружность.

II. Составить уравнение окружности, диаметром которой служит отрезок прямой $x + 4y - 8 = 0$, заключенный между осями координат.

III. Найти координаты точек пересечения окружности $x^2 + y^2 + 4x + y - 12 = 0$ с осями координат.

IV. Составить уравнение радиуса окружности $x^2 + y^2 + 4x + 2y - 21 = 0$, проведенного в точку на ней $A(3; -2)$.

Вариант 6.

I. Составить уравнение окружности с центром в точке $(0; 0)$ и радиусом, равным 1,2. Построить эту окружность.

II. Составить уравнение окружности, диаметром которой служит отрезок прямой $x + 3y - 6 = 0$, заключенный между осями координат.

III. Найти координаты точек пересечения окружности $x^2 + y^2 - 29 = 0$ и прямой $x - y - 1 = 0$.

IV. Дана окружность $x^2 + y^2 + 4x - 6y = 0$. Составить уравнение диаметра, перпендикулярного хорде $2x - 3y + 13 = 0$.

Раздел 3. Геометрия

Тема 3.2 Прямые и плоскости в пространстве

Практическая работа №49 «Решение задач»

Учебная цель: Закрепить навыки в решении задач на тему «Прямые и плоскости в пространстве»

Образовательные результаты, заявленные во ФГОС СПО:

Студент должен достичь следующих результатов:

личностных: готовность и способность к самостоятельной, творческой и ответственной деятельности (ОК8);

предметных: Обеспечения сформированности логического, алгоритмического и математического мышления (ОК 4); обеспечения сформированности умений применять полученные знания при решении различных задач (ОК5);

метапредметных: готовность и способность к самостоятельной информационно - познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников (ОК4);

Задачи практической работы:

1. Решать задачи на вычисление геометрических величин. Описывать расстояние от точки до плоскости, от прямой до плоскости, между плоскостями, между скрещивающимися прямыми, между произвольными фигурами в пространстве

Обеспеченность занятия:

Учебно-методическая литература:

Учебно-методическая литература:

1. Богомолов Н.В. Математика: учеб. для ссузов / Н.В.Богомолов, П.И.Самойленко.

- 9-е изд., стереотип. – М. : Дрофа, 2013. – 395,[5] с.: ил.

2. Богомолов Н.В. Сборник задач по математике: учеб. пособие для ссузов / Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. - 9-е изд., стереотип. – М.: Дрофа, 2012 – 204, [4] с.: ил.

3. Составитель Степанова Т.С. Алгебра. Весь школьный курс в таблицах/ сост. Т.С. Степанова – Минск: Букмастер: Кузьма, 2012.- 2-е изд.-288с.

Программное обеспечение: по данной теме не имеется. Учебники или конспекты.

Рабочая тетрадь: тетрадь в клетку 48 листов

Раздаточные материалы: инструкционные карты -1 на парту

Инструкция по выполнению практической работы

Каждый вариант работы состоит из нескольких задач. Обучающийся должен решить задачи по варианту, номер которого укажет преподаватель.

При выполнении практических работ надо придерживаться следующих правил:

1. Практическую работу следует выполнять в тетради чернилами черного или синего цвета, оставляя поля.

2. На обложке тетради должны быть ясно написаны фамилия обучающегося, его номер специальности, название дисциплины, номер подгруппы.

3. В заголовке работы должны быть указаны номер практической работы, тема практической работы, номер варианта.

4. В работу должны быть включены задачи, указанные в практической работе, строго по предложенному варианту.

5. Перед решением каждой задачи надо выписать полностью ее условие.

6. Решение задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые рисунки.

7. После получения проверенной работы, студент должен исправить все отмеченные ошибки.

Основные требования к обработке результатов расчетов и оформлению отчетов.

Отчет по практической работе должен содержать:

1. Номер и тему практической работы, номер варианта.

2. Номер задачи и ее условие.

3. Подробное решение каждой задачи.

4. Полный ответ к каждой задаче

Критериями оценки результатов работы студентов являются:

1. уровень усвоения студентом учебного материала;

2. умение студента использовать теоретические знания при выполнении практических задач;

3. сформированность ключевых (общеучебных) компетенций;

4. обоснованность и четкость изложения материала;

5. уровень оформления работы.

Задания для практической работы.

Вариант 1.

1. А и В – точки, расположенные по одну сторону плоскости α ; АС и ВD – перпендикуляры на эту плоскость; АС = 19см, ВD = 10см, CD = 12см. Вычислить расстояние между точками А и В.

2. В равнобедренном треугольнике АВС основание ВС равно 12см, боковая сторона 10 см. Из вершины А проведен отрезок AD = 15 см, перпендикулярный плоскости треугольника АВС. Найти расстояние от точки D до стороны ВС.

Вариант 2.

1. Площадь плоского многоугольника равна 150 см^2 . Найти площадь проекции этого многоугольника на плоскость, составляющую с плоскостью многоугольника угол 60° .

2. Катеты прямоугольного треугольника ABC равны 15 и 20 см. Из вершины прямого угла C проведен отрезок CD, перпендикулярный плоскости этого треугольника; $CD = 16 \text{ см}$. Найти расстояние от точки D до гипотенузы AB.

Вариант 3.

1. Отрезок длиной 10 см пересекает плоскость; концы его находятся на расстоянии 3 и 2 см от плоскости. Найти угол между данным отрезком и плоскостью.

2. Точка A удалена от каждой вершины прямоугольного треугольника на 10 см. гипотенуза прямоугольного треугольника равна 12 м. Найти расстояние от точки A до плоскости треугольника.

Вариант 4.

1. A и B – точки, расположенные по одну сторону плоскости α ; AC и BD – перпендикуляры на эту плоскость; $AC = 20 \text{ см}$, $BC = 27 \text{ см}$, $BD = 15 \text{ см}$. Вычислить расстояние между точками C и D.

2. Из вершины A прямоугольника ABCD к его плоскости проведен перпендикуляр AM. Вычислить длину этого перпендикуляра, если $MB = 15 \text{ см}$, $MC = 24 \text{ см}$, $MD = 20 \text{ см}$.

Вариант 5.

1. Из точки к данной плоскости проведены две наклонные длиной 8 см каждая; эти наклонные образуют с данной плоскостью углы 30° . Вычислить расстояние между концами наклонных, если угол между проекциями наклонных на эту плоскость равен 120° .

2. Стороны треугольника равны 25, 29 и 36 см. Из вершины большего угла этого треугольника проведен перпендикуляр к его плоскости, равный 21 см. Вычислить расстояние от его концов до большей стороны.

Вариант 6.

1. Наклонная AB составляет с плоскостью α угол 45° , а прямая AC, принадлежащая плоскости α , составляет угол 45° , CC проекцией наклонной AB. Найти угол BAC.

2. Диагонали ромба равны 60 и 80 см. В точке пересечения диагоналей к плоскости ромба проведен перпендикуляр длиной 45 см. Найдите расстояние от этой точки до стороны ромба.

Раздел 3. Геометрия

Тема 3.3 Геометрия

Практическая работа № 50 «Решение задач на нахождение площадей и объема геометрических тел»

Учебная цель: Закрепить навыки в решении задач на нахождение площадей и объема геометрических тел.

Образовательные результаты, заявленные во ФГОС СПО:

Студент должен:

- Знать определения геометрических тел (призмы, параллелепипеда, пирамиды, усеченной пирамиды), формулы их площади поверхности и объема.
- Уметь применять знания данной темы для решения задач.

Студент должен достичь следующих результатов:

личностных: готовность и способность к самостоятельной, творческой и ответственной деятельности (ОК8);

предметных: Обеспечения сформированности логического, алгоритмического и математического мышления (Ок 4); обеспечения сформированности умений применять

полученные знания при решении различных задач (Ок5);

метапредметных: готовность и способность к самостоятельной информационно - познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников (ОК4);

Задачи практической работы:

1. Обобщить понятия о геометрических телах, их площади поверхности и объема.
2. Познакомить со способами решения задач
3. Показать необходимость владения формулами планиметрии и стереометрии.

Обеспеченность занятия:

Учебно-методическая литература:

Учебно-методическая литература:

1. Богомолов Н.В. Математика: учеб. для ссузов / Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. - 9-е изд., стереотип. – М. : Дрофа, 2013. – 395, [5] с.: ил.
2. Богомолов Н.В. Сборник задач по математике: учеб. пособие для ссузов / Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. - 9-е изд., стереотип. – М.: Дрофа, 2012 – 204, [4] с.: ил.
3. Составитель Степанова Т.С. Алгебра. Весь школьный курс в таблицах/ сост. Т.С. Степанова – Минск: Букмастер: Кузьма, 2012.- 2-е изд.-288с.

Программное обеспечение: по данной теме не имеется. Учебники или конспекты.

Рабочая тетрадь: тетрадь в клетку 48 листов

Раздаточные материалы: инструкционные карты -1 на парту

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы:

Многогранной поверхностью называется такое объединение конечного числа плоских многоугольников, что каждая сторона любого из многоугольников является в тоже время стороной другого (но только одного) многоугольника, называемого смежным с первым многоугольником.

Объединение многогранной поверхности и ее внутренней области называют многогранником.

Призма. Многогранник, две грани которого – равные n -угольники, лежащие в параллельных плоскостях, а остальные n граней – параллелограммы, называется n -угольной призмой.

Параллелепипедом называют призму, у которой основаниями служат параллелограммы.

Боковая поверхность призмы равна произведению периметра перпендикулярного сечения на боковое ребро. $S_{бок.} = AA_1 \cdot P_{abcde}$.

Площадь полной поверхности призмы равна сумме площадей боковой поверхности и двух оснований. $S_{полная призмы} = S_{бок. призмы} + 2S_{основания}$.

Объем призмы равен произведению площади основания на высоту призмы.

$$V_{призмы} = S_{осн} \cdot H$$

П и р а м и д о й называется многогранник, у которого одна грань, называемая основанием, есть какой-нибудь многоугольник, а все остальные грани, называемые боковыми, - треугольники, имеющие общую вершину

Боковая поверхность правильной пирамиды равна произведению периметра основания на половину апофемы. $S_{\text{боковая пирамиды}} = \frac{1}{2} P_{\text{осн}} \cdot h$.

Площадь полной поверхности пирамиды равна сумме площадей боковой поверхности и основания. $S_{\text{полная пирамиды}} = S_{\text{бок.призмы}} + S_{\text{основания}}$.

Объем пирамиды равен произведению площади ее основания на треть ее высоты.

$$V_{\text{пирамиды}} = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot H.$$

Часть пирамиды, заключенная между основанием и секущей плоскостью, параллельной основанию, называется **усеченной пирамидой**.

Боковая поверхность правильной усеченной пирамиды равна произведению полусуммы периметров обоих оснований на апофему.

$$S_{\text{боковая усеч.пирамиды}} = \frac{1}{2} \cdot (P_{\text{ниж.осн.}} + P_{\text{верх.осн.}}) \cdot h$$

Площадь полной поверхности усеченной пирамиды равна сумме площадей боковой поверхности, нижнего и верхнего оснований.

$$S_{\text{полная усеч. пирамиды}} = S_{\text{бок. усеч.пирамиды}} + S_{\text{нижн. осн.}} + S_{\text{верхн. осн.}}$$

Объем усеченной пирамиды равен сумме объемов трех пирамид, имеющих высоту, одинаковую с высотой усеченной пирамиды, а основаниями: одна – нижнее основание данной пирамиды, другая – верхнее основание, а площадь основания третьей пирамиды равна среднему геометрическому площадей верхнего и нижнего оснований..

$$V_{\text{усеч. пирамиды}} = \frac{1}{3} H (S_{\text{н.о}} + \sqrt{S_{\text{н.о}} S_{\text{в.о}}} + S_{\text{в.о}})$$

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию

1. Дать определение многогранной поверхности; многогранника.
2. Призма, ее элементы; формулы площади поверхности и объема призмы.
3. Параллелепипед, его свойства.
4. Пирамида, виды пирамиды, ее элементы; формулы площади поверхности и объема пирамиды.
5. Усеченная пирамида, виды пирамиды, ее элементы; формулы площади поверхности и объема усеченной пирамиды.

Инструкция по выполнению практической работы

Каждый вариант работы состоит из нескольких задач. Обучающийся должен решить задачи по варианту, номер которого укажет преподаватель.

При выполнении практических работ надо придерживаться следующих правил:

1. Практическую работу следует выполнять в тетради чернилами черного или синего цвета, оставляя поля.
2. На обложке тетради должны быть ясно написаны фамилия обучающегося, его номер специальности, название дисциплины, номер подгруппы.
3. В заголовке работы должны быть указаны номер практической работы, тема практической работы, номер варианта.
4. В работу должны быть включены задачи, указанные в практической работе, строго по предложенному варианту.
5. Перед решением каждой задачи надо выписать полностью ее условие.
6. Решение задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые рисунки.
7. После получения проверенной работы, студент должен исправить все отмеченные ошибки.

Основные требования к обработке результатов расчетов и оформлению отчетов.

Отчет по практической работе должен содержать:

1. Номер и тему практической работы, номер варианта.
2. Номер задачи и ее условие.
3. Подробное решение каждой задачи.
4. Полный ответ к каждой задаче

Критериями оценки результатов работы студентов являются:

1. уровень усвоения студентом учебного материала;
2. умение студента использовать теоретические знания при выполнении практических задач;
3. сформированность ключевых (общеучебных) компетенций;
4. обоснованность и четкость изложения материала;
5. уровень оформления работы.

Задания для практической работы.

Вариант 1.

- а) Ребро куба равно $4\sqrt{3}$. Найти диагональ куба.
- б) Объем правильной треугольной пирамиды равен 12 м^3 . Найти расстояние от вершины пирамиды до плоскости основания, если площадь основания пирамиды равна 4 м^2 .

Вариант 2.

- а) Сторона основания правильной четырехугольной призмы. призмы равна 5, а ее объем равен 75. Найти высоту призмы.
- б) Боковое ребро правильной четырехугольной усеченной пирамиды равно 3 м, стороны оснований 5 м и 3 м. Найти площадь полной поверхности и объем.

Вариант 3.

- а) Объем куба 8 м^3 . Найти его поверхность.
- б) В правильной четырехугольной пирамиде боковая поверхность равна $14,76\text{ м}^2$, а полная поверхность 18 м^2 . Определить сторону основания и высоту пирамиды.

Вариант 4.

- а) Площади трех граней прямоугольного параллелепипеда 2 м^2 , 3 м^2 и 6 м^2 . Найти его объем.
- б) В правильной четырехугольной усеченной пирамиде апофема равна 13 см и боковая поверхность 720 см^2 . Найти объем усеченной пирамиды.

Вариант 5.

- а) Определить полную поверхность и объем прямой треугольной призмы, если ее высота равна 50 см, а стороны основания: 40 см, 13 см, 37 см.
- б) Определить сторону основания и апофему правильной треугольной пирамиды, если ее боковое ребро и боковая поверхность соответственно равны 10 см и 144 см^2 .

Вариант 6.

- а) В прямой треугольной призме стороны основания равны 25 дм, 29 дм, 36 дм, а полная поверхность содержит 1620 дм^2 . Определить боковую поверхность и объем призмы.

б) Высота правильной четырехугольной усеченной пирамиды 7 см. Стороны оснований 10 см и 2 см. Определить площадь полной поверхности и объем усеченной пирамиды.

Раздел 3. Геометрия

Тема 3.3 Геометрия

Практическая работа № 51 « Решение задач на нахождение площадей и объема круглых тел»

Учебная цель: Закрепить навыки в решение задач на нахождение площадей и объема круглых тел.

Образовательные результаты, заявленные во ФГОС СПО:

Студент должен:

- Знать определения круглых тел (цилиндр, конус, усеченного конуса, шар, сфера), формулы их площади поверхности и объема.
- Уметь применять знания данной темы для решения задач.

Студент должен достичь следующих результатов:

личностных: готовность и способность к самостоятельной, творческой и ответственной деятельности (ОК8);

предметных: Обеспечения сформированности логического, алгоритмического и математического мышления (Ок 4); обеспечения сформированности умений применять полученные знания при решении различных задач (Ок5);

метапредметных: готовность и способность к самостоятельной информационно - познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников (ОК4);

Задачи практической работы:

1. Обобщить понятия о круглых телах, их площади поверхности и объема.
2. Познакомить со способами решения задач
3. Показать необходимость владения формулами планиметрии и стереометрии.

Обеспеченность занятия:

Учебно-методическая литература:

Учебно-методическая литература:

1. Богомолов Н.В. Математика: учеб. для ссузов / Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. - 9-е изд., стереотип. – М. : Дрофа, 2013. – 395, [5] с.: ил.
2. Богомолов Н.В. Сборник задач по математике: учеб. пособие для ссузов / Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. - 9-е изд., стереотип. – М.: Дрофа, 2012 – 204, [4] с.: ил.
3. Составитель Степанова Т.С. Алгебра. Весь школьный курс в таблицах/ сост. Т.С. Степанова – Минск: Букмастер: Кузьма, 2012.- 2-е изд.-288с.

Программное обеспечение: по данной теме не имеется. Учебники или конспекты.

Рабочая тетрадь: тетрадь в клетку 48 листов

Раздаточные материалы: инструкционные карты -1 на парту

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы:

Цилиндром называется геометрическое тело, полученное от вращения прямоугольника вокруг оси, содержащей одну из сторон прямоугольника.

Площадь боковой поверхности цилиндра равна произведению длины окружности основания на высоту $S_{\text{бок.цилиндра}} = 2\pi RH$

Площадь полной поверхности цилиндра равна сумме площадей боковой поверхности и двух оснований. $S_{\text{полная цилиндра}} = S_{\text{бок.цилиндра}} + 2S_{\text{основания}} = 2\pi RH + 2\pi R^2$.

Объем цилиндра равен произведению площади основания на высоту. $V_{\text{цилиндра}} = \pi R^2 H$.

Прямой круговой конус - это геометрическое тело, полученное при вращении прямоугольного треугольника вокруг оси, содержащей его катет.

Боковая поверхность конуса равна произведению длины окружности основания на половину образующей. $S_{\text{бок.конуса}} = \pi Rl$.

Площадь полной поверхности конуса равна сумме площадей его боковой поверхности и основания. $S_{\text{полная конуса}} = S_{\text{бок.конуса}} + S_{\text{основания}} = \pi Rl + \pi R^2 = \pi R(l + R)$.

Объем конуса равен одной трети произведения площади основания на высоту

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi R^2 H.$$

Усеченным конусом называется часть конуса, заключенная между основанием и секущей плоскостью, проведенной параллельно основанию.

Усеченный конус образуется от вращения прямой трапеции около боковой стороны, примыкающей к прямому углу.

Боковая поверхность усеченного конуса равна произведению полусуммы длин окружностей его оснований на длину образующей $S_{\text{бок.усеч. конуса}} = \pi(R_1 + R_2)l$.

Площадь полной поверхности усеченного конуса равна сумме площадей его боковой поверхности и верхнего и нижнего его оснований.

$$S_{\text{полная усеч.конуса}} = S_{\text{бок. усеч.конуса}} + S_{\text{нижнего основания}} + S_{\text{верхнего основания}} = \pi Rl + \pi R^2 + \pi r^2 = \pi R(l + R) + \pi r^2.$$

Объем усеченного конуса равен сумме объемов трех конусов, имеющих одинаковую высоту с усеченным конусом, а основаниями: один – нижнее основание этого конуса, другой – верхнее, третий – круг, площадь которого есть среднее геометрическое между площадями верхнего и нижнего оснований.

$$V_{\text{усеч. конуса}} = \frac{1}{3} \pi H(R^2 + R \cdot r + r^2).$$

Множество всех точек пространства, находящихся на данном положительном расстоянии R от данной точки O пространства, называется сферой.

Множество всех точек пространства, находящихся от данной точки O на расстоянии не большем данного расстояния R, называется шаром.

Площадь поверхности сферы равна учетверенной площади большого круга $S_{\text{сферы}} = 4\pi R^2$.

Объем шара равняется произведению его поверхности на треть радиуса.

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3.$$

Задача.1. В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 48 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если её перелить во второй цилиндрический сосуд, диаметр которого в 2 раза больше диаметра первого? Ответ выразите в см.

Для решения задачи воспользуемся формулой вычисления объема цилиндра $V_{\text{цилиндра}} = \pi R^2 h$, где R - радиус основания цилиндра, h - высота цилиндра.

Пусть R_1 - радиус основания первого цилиндрического сосуда, поскольку диаметр основания второго сосуда в 2 раза больше, то его радиус основания $R_2 = 2R_1$.

Объем жидкости в первом сосуде равен $V_1 = \pi R_1^2 \cdot 48 = 48\pi R_1^2$.

Объем жидкости во втором сосуде равен $V_2 = \pi R_2^2 h = \pi (2R_1)^2 h = 4\pi R_1^2 h$,
где h - высота жидкости в сосуде.

Объем жидкости не изменяется при переливании из первого во второй сосуд:

$$V_1 = V_2$$

$$48\pi R_1^2 = 4\pi R_1^2 h.$$

Из последнего равенства выразим h :

$$h = \frac{48\pi R_1^2}{4\pi R_1^2} = 12.$$

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию

1. Дать понятие цилиндра, его элементов; формулы площади поверхности и объема цилиндра.
2. Дать понятие конуса, его элементов; формулы площади поверхности и объема конуса.
3. Дать понятие усеченного конуса, его элементов; формулы площади поверхности и объема усеченного конуса.
4. Дать понятие шара, его элементов; формулы площади поверхности сферы и объема шара

Инструкция по выполнению практической работы

Каждый вариант работы состоит из нескольких задач. Обучающийся должен решить задачи по варианту, номер которого укажет преподаватель.

При выполнении практических работ надо придерживаться следующих правил:

1. Практическую работу следует выполнять в тетради чернилами черного или синего цвета, оставляя поля.
2. На обложке тетради должны быть ясно написаны фамилия обучающегося, его номер специальности, название дисциплины, номер подгруппы.
3. В заголовке работы должны быть указаны номер практической работы, тема практической работы, номер варианта.
4. В работу должны быть включены задачи, указанные в практической работе, строго по предложенному варианту.
5. Перед решением каждой задачи надо выписать полностью ее условие.
6. Решение задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые рисунки.
7. После получения проверенной работы, студент должен исправить все отмеченные ошибки.

Основные требования к обработке результатов расчетов и оформлению отчетов.

Отчет по практической работе должен содержать:

1. Номер и тему практической работы, номер варианта.
2. Номер задачи и ее условие.
3. Подробное решение каждой задачи.
4. Полный ответ к каждой задаче

Критериями оценки результатов работы студентов являются:

1. уровень усвоения студентом учебного материала;
2. умение студента использовать теоретические знания при выполнении практических задач;
3. сформированность ключевых (общеучебных) компетенций;
4. обоснованность и четкость изложения материала;
5. уровень оформления работы.

Задания для практической работы.

Вариант 1.

- а) Объем цилиндра, у которого высота вдвое более диаметра основания, равен 1 м^3 . Вычислить его высоту..
- б) Вычислить боковую поверхность и объем усеченного конуса, у которого радиусы оснований равны 27 см и 18 см, а образующая равна 21 см.

Вариант 2.

- а) Внешний диаметр полого шара 18 см, толщина стенок 3 см. Найти объем стенок.
- б) Высота конуса равна 6 см, а боковая поверхность $24\pi \text{ см}^2$. Определить объем конуса

Вариант 3.

- а) Образующая усеченного конуса равна 17 см, площадь осевого сечения 420 см^2 и площадь среднего сечения равна 196 см^2 . Определить объем и боковую поверхность.
- б) Осевое сечение цилиндра – квадрат, диагональ которого равна 4. Найти объем цилиндра.

Вариант 4.

- а) Объем стенок полого шара равен $876\pi \text{ см}^3$, а толщина стенок 3 см. Определить радиусы его поверхностей: наружного и внутреннего.
- б) Высота конуса 3, образующая 5. Найти площадь поверхности и объем конуса.

Вариант 5.

- а) Радиусы трех шаров: 3 см, 4 см, 5 см. определить радиус шара, объем которого равен сумме их объемов.
- б) Площадь основания конуса $9\pi \text{ см}^2$; полная поверхность его $24\pi \text{ см}^2$. Найти объем конуса.

Вариант 6.

- а) Объем усеченного конуса равен $584\pi \text{ см}^3$, а радиусы оснований 10 см и 7 см. Определить высоту.
- б) Один цилиндр имеет высоту 2,4 м и диаметр основания 1 м; другой цилиндр имеет высоту 1,2 м и диаметр основания 0,5 м. Сравните между собой площади поверхности и объемы обоих цилиндров.